

Bildgebende Verfahren in der Medizin

Computer-Tomographie

Olaf Dössel

INSTITUTE OF BIOMEDICAL ENGINEERING



© 2008 Google - Imagery © 2008 Digital Globe, GeoContent, AeroVista, Stadt Karlsruhe V.U.W. ChesSpot, Imagic, GeoEye

KIT – University of the State of Baden-Württemberg and
National Research Center of the Helmholtz Association

www.ibt.kit.edu

Computer-Tomographie



.... durch Drehen der Patienten wird dabei ein plastischer Eindruck hervorgerufen....

Computer-Tomographie*

- Radon-Transformation
- Fourier-Scheiben-Theorem
- Fourier-Rekonstruktion
- CT-Scanner der 1., 2., 3. und 4. Generation
- Röntgendetektoren in der CT
- Iterative CT-Rekonstruktion
- Gefilterte Rückprojektion
- MTF bei der CT
- Rauschen bei der CT
- Problem mit dem Abtasttheorem
- CT Artefakte
- Hounsfield Skala
- Spiral CT, Cone-Beam CT, Elektronenstrahl CT
- klinische Anwendungen der CT
- Phase Contrast CT

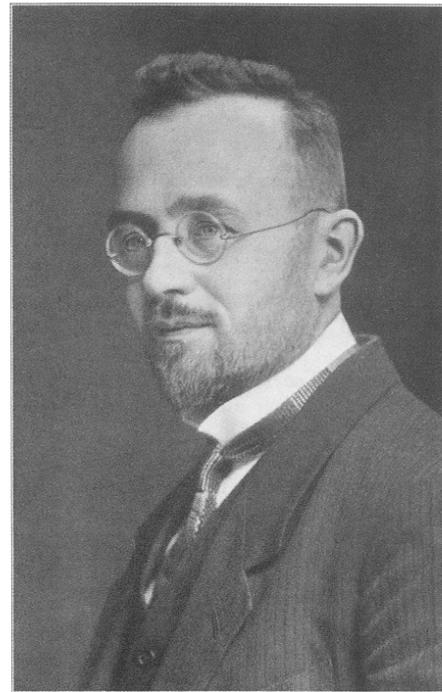
*: englisch Computed Tomography

Die Radon-Transformation und das Fourier Scheiben Theorem

Johann Radon

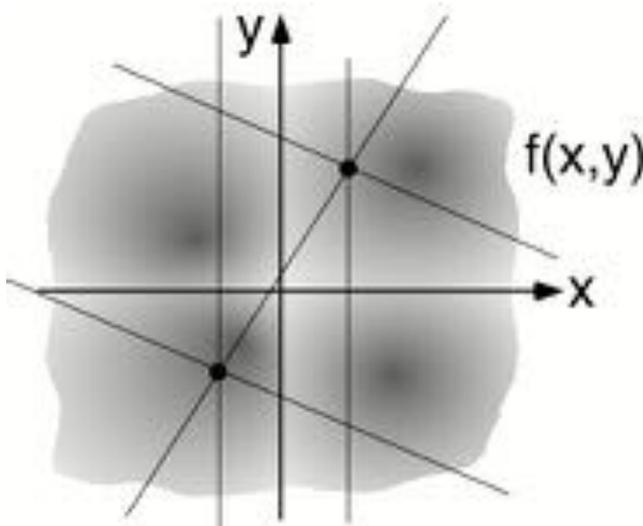
* 16. Dezember 1887 in Tetschen
Stationen: Wien, Göttingen, Hamburg,
Greifswald, Erlangen, Breslau,
Innsbruck, Wien
+ 25. Mai 1956 in Wien

1917 - Über die Bestimmung von
Funktionen durch ihre Integralwerte
längs gewisser Mannigfaltigkeiten.



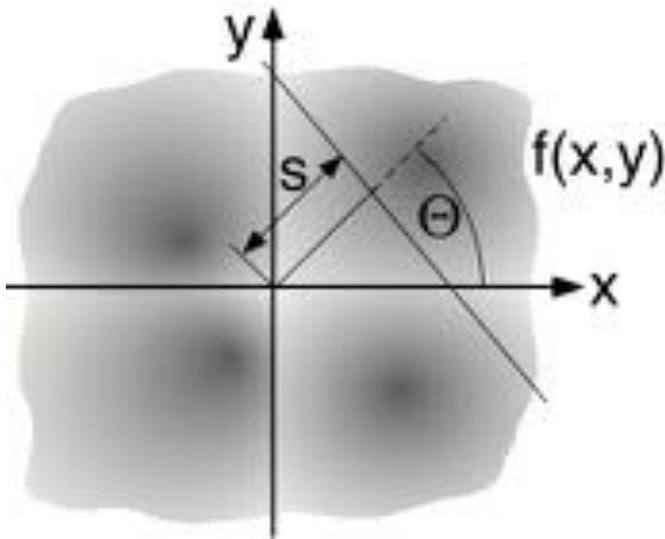
J. Radon

Radon-Transformation



$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x(\ell), y(\ell)) d\ell$$

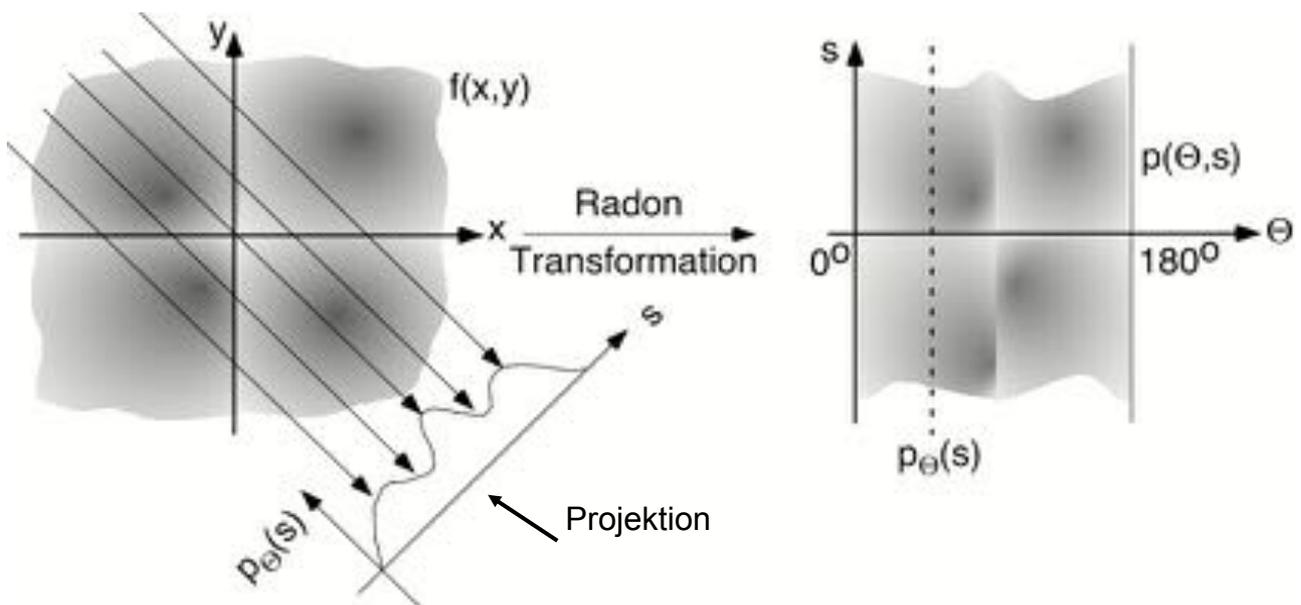
$f(x,y)$ darf nur in einem
beschränkten Gebiet ungleich
Null sein.



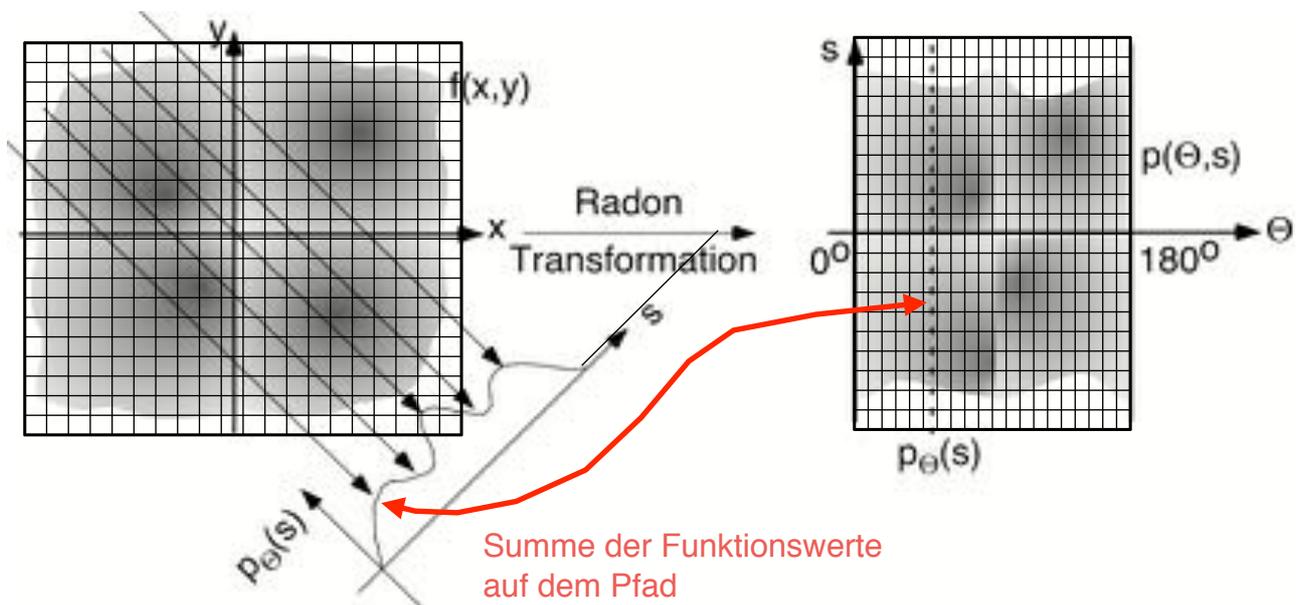
$$\int_{\vec{e} \cdot \vec{r} = s} f(x,y) d\ell = p(\Theta, s)$$

\vec{e} = Einheitsvektor in Richtung Θ
 Θ = Winkel zwischen der Integrationslinie und der Normalen durch Null

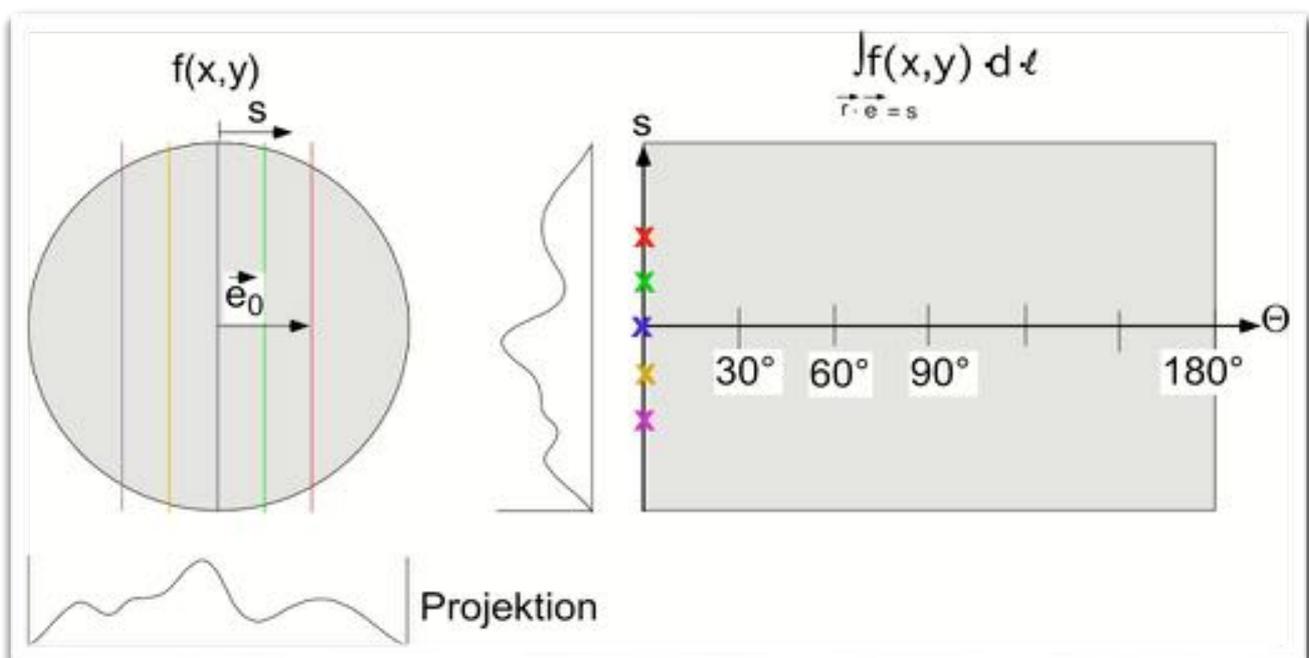
Die Radon-Transformation

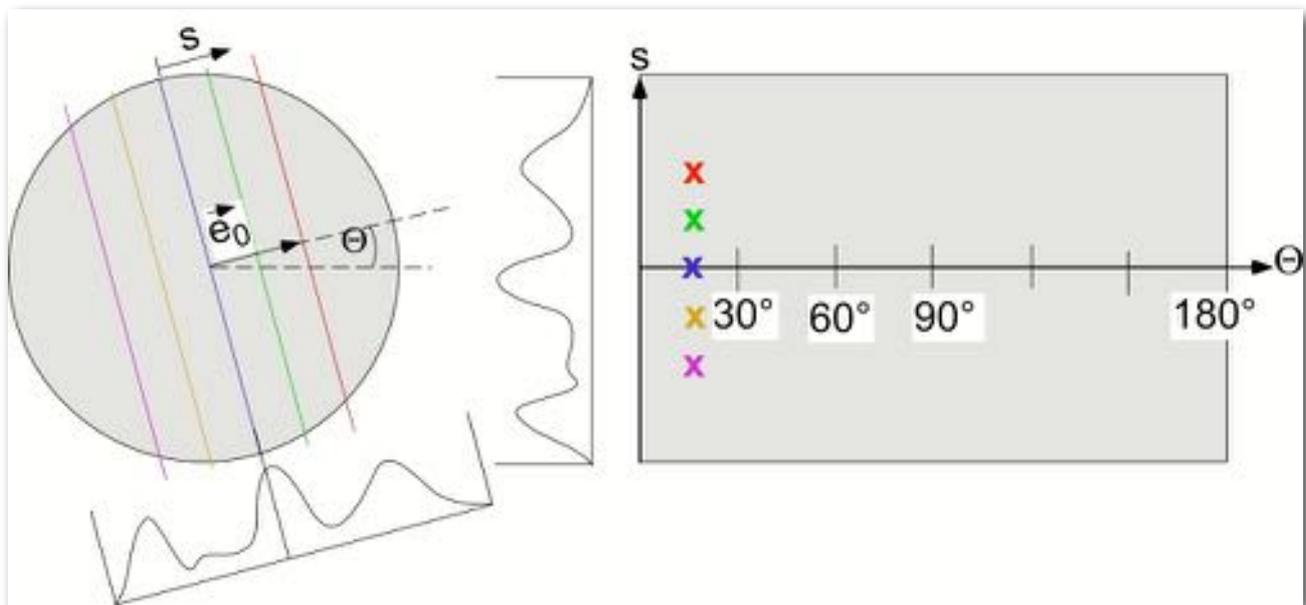


Die Radon-Transformation

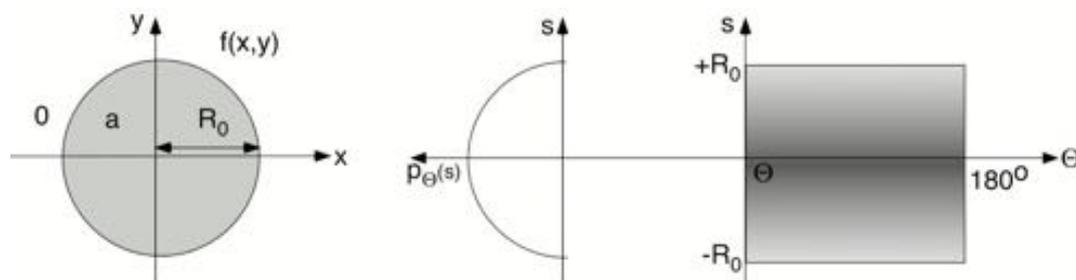


Radon-Transformation





Beispiel für eine Radon-Transformation

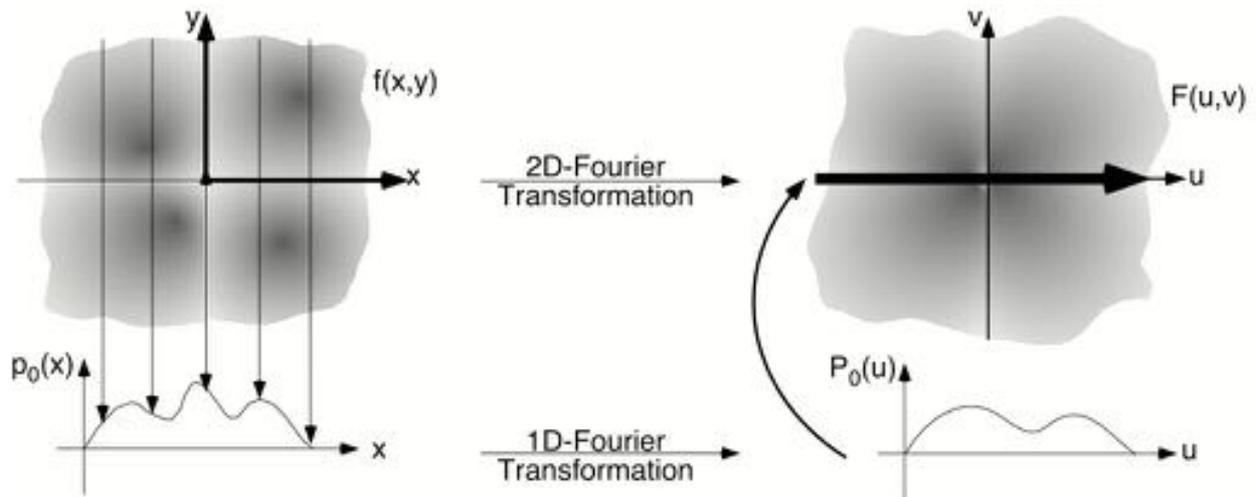


$$f(x,y) = a \text{ im Gebiet } x^2 + y^2 \leq R_0^2$$

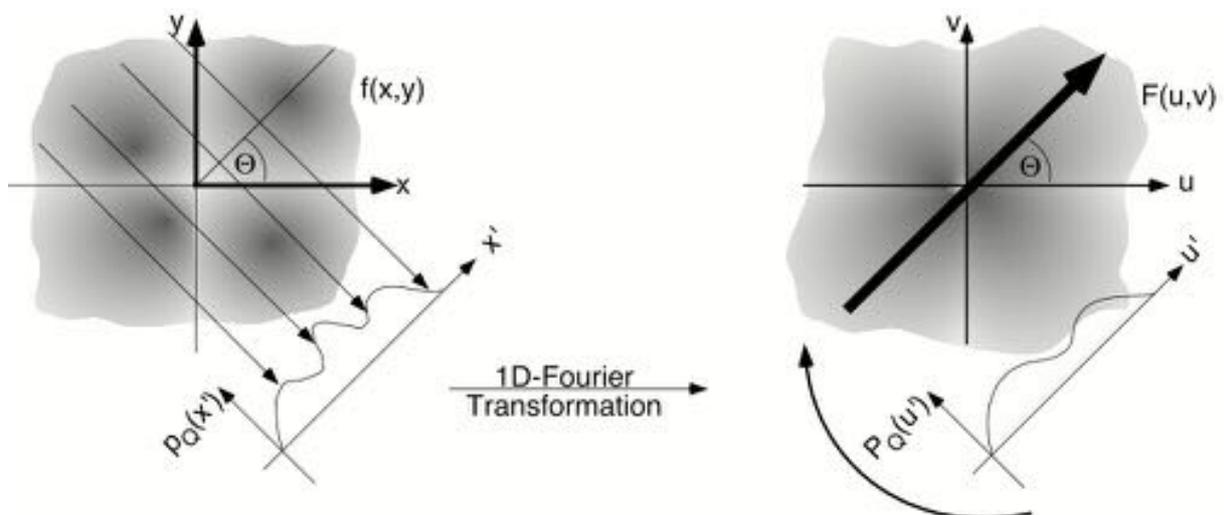
$f(x,y) = 0$ ausserhalb $R_0 = \text{Radius des Gebietes}$

$$p(0,x) = \int_{-\sqrt{R_0^2-x^2}}^{+\sqrt{R_0^2-x^2}} a dy = 2 \cdot a \cdot \sqrt{R_0^2-x^2} \quad \text{für } |x| \leq R_0$$

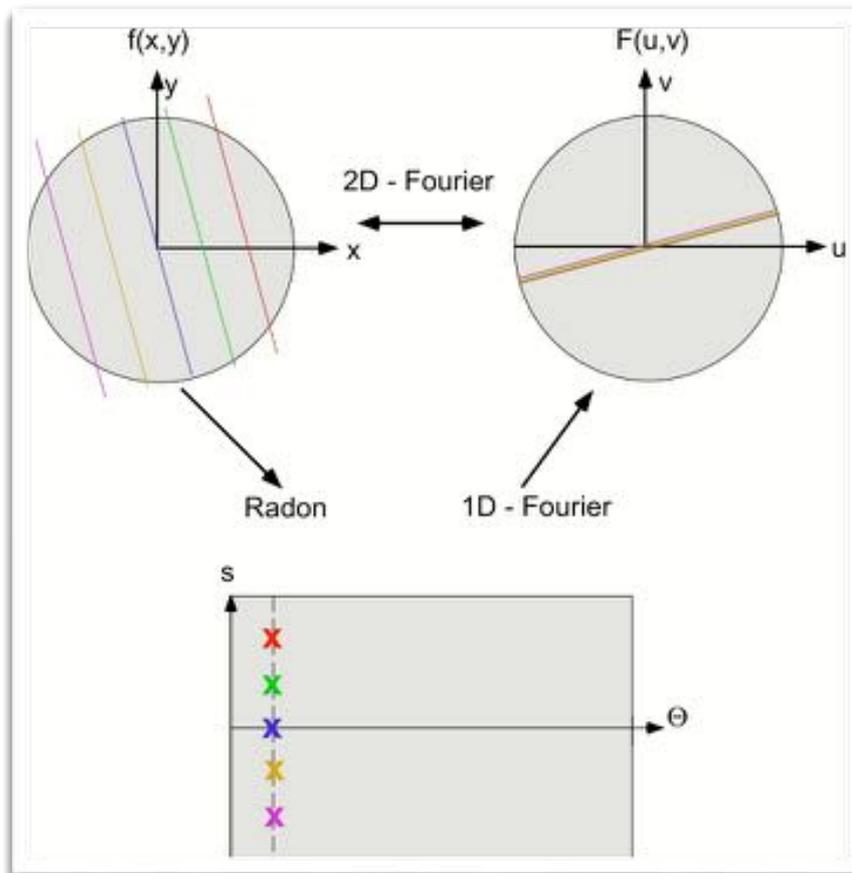
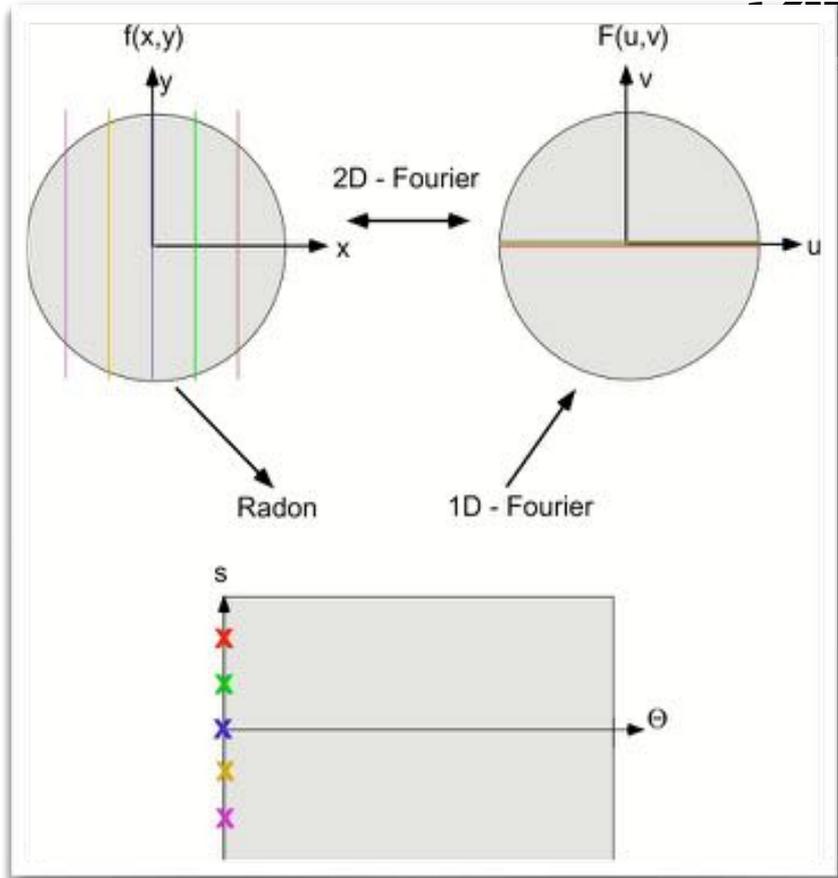
Fourier-Scheiben-Theorem für $\Theta = 0^\circ$



Fourier-Scheiben-Theorem



Fourier-Scheiben-Theorem



Sei eine Funktion $f(x,y)$ gegeben und $F(u,v)$ deren 2D-Fouriertransformierte



Sei weiter $p_\Theta(s)$ eine Projektion von $f(x,y)$ und $P_\Theta(w)$ deren 1D-Fouriertransformierte



Dann beschreibt $P_\Theta(w)$ die Werte von $F(u,v)$ auf einem Radialstrahl zum Winkel Θ .

Beweis des Fourier-Scheiben-Theorems

$$p_0(s) = p_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dy \quad \text{für } \Theta = 0^\circ$$

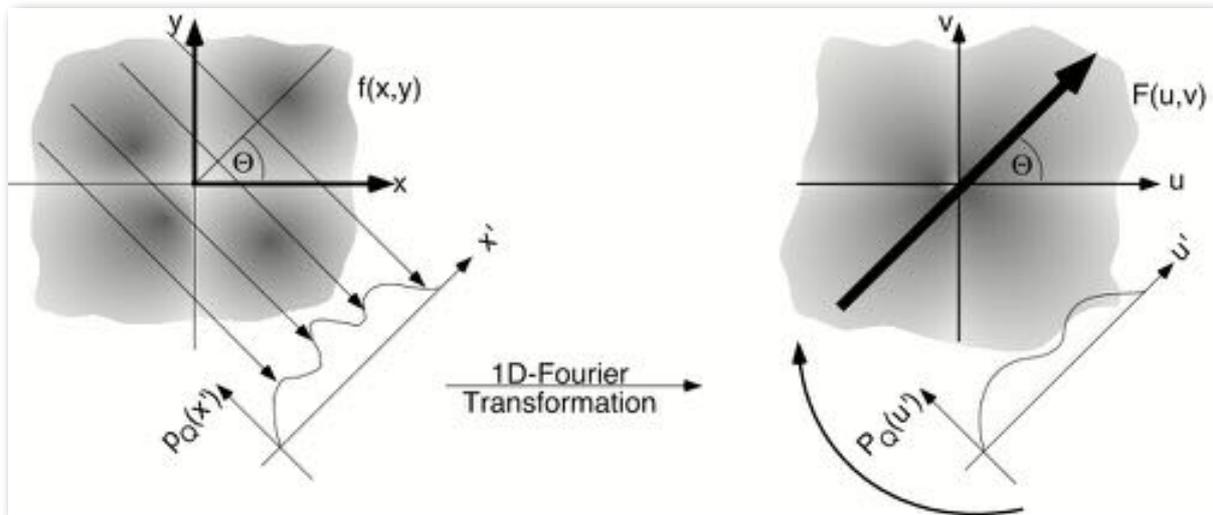
1D-Fouriertransformierte von $p_0(x)$

$$P_0(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_0(x) e^{-j2\pi ux} dx$$

dies lässt sich umformen zu:

$$P_0(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int f(x,y) dy \right] e^{-j2\pi ux} dx = \iint f(x,y) e^{-j2\pi(ux+0 \cdot y)} dx dy = F(u,0)$$





1. Koordinatentransformation in die gestrichenen Koordinaten
2. Anwendung des Beweises für den Winkel 0°
3. Zurückdrehen des Koordinatensystems

Möglichkeit zur Rekonstruktion von $f(x,y)$ aus der Radon-Transformierten

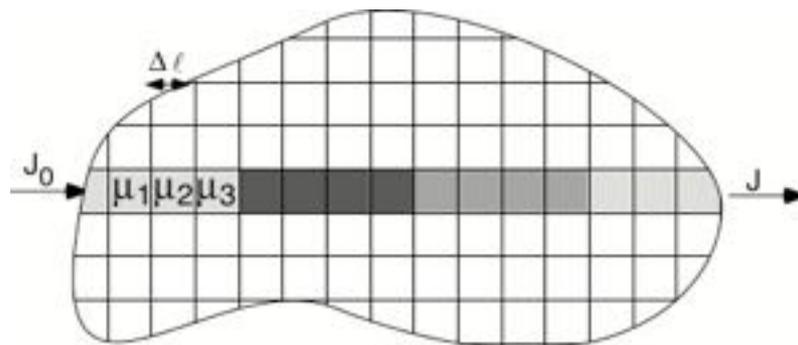
Gegeben: alle Projektionen $p(\theta,s)$

- ➔ berechne alle 1D Fouriertransformierten $P_\theta(w)$
- ➔ trage die Werte unter dem Winkel θ in die Matrix $F(u,v)$ ein
- ➔ berechne die inverse Fouriertransformierte von $F(u,v)$



Was zum Teufel hat das alles mit Computertomographie zu tun?

Durchgang eines nadelförmigen Röntgenstrahls durch einen Körper



$$J \approx J_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot \Delta l} \cdot e^{-\mu_2 \cdot \Delta l} \cdot \dots \cdot e^{-\mu_N \cdot \Delta l}$$

$$J \approx J_0 \cdot e^{-\sum_{i=1}^N \mu_i \cdot \Delta l}$$

$$J = J_0 \cdot e^{-\int \mu(l) dl}$$

$$\ln\left(\frac{J_0}{J}\right) = \int \mu(l) dl.$$

d.h. die Messwerte sind
(nach dem Logarithmieren)
die Linienintegrale vom
Röntgenschwächungskoeffizienten

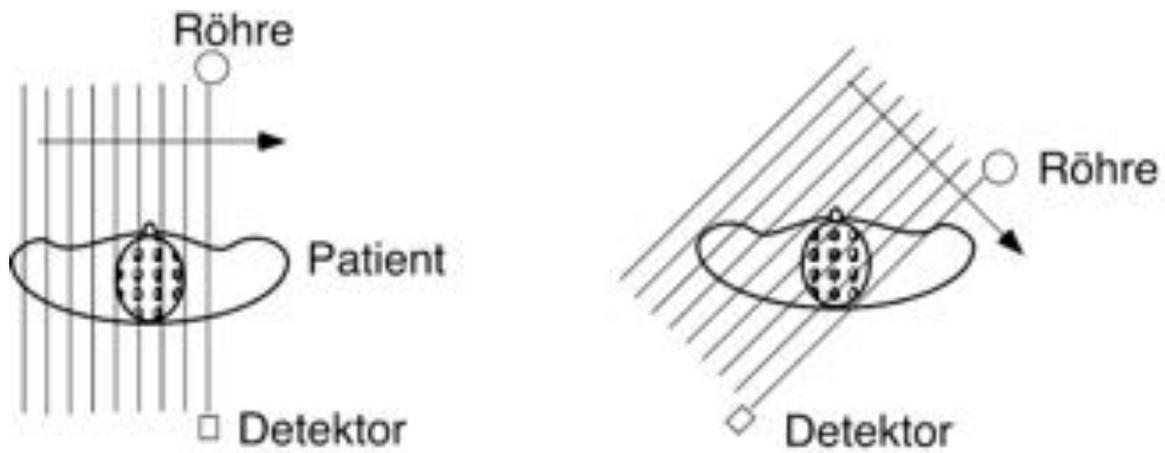
Messe möglichst viele Projektionen $p(\Theta, s) = \ln (J_0/J)$

- berechne alle 1D Fouriertransformierten $P_{\Theta}(w)$
- trage die Werte unter dem Winkel Θ in die Matrix $F(u,v)$ ein
- berechne die inverse Fouriertransformierte von $F(u,v)$



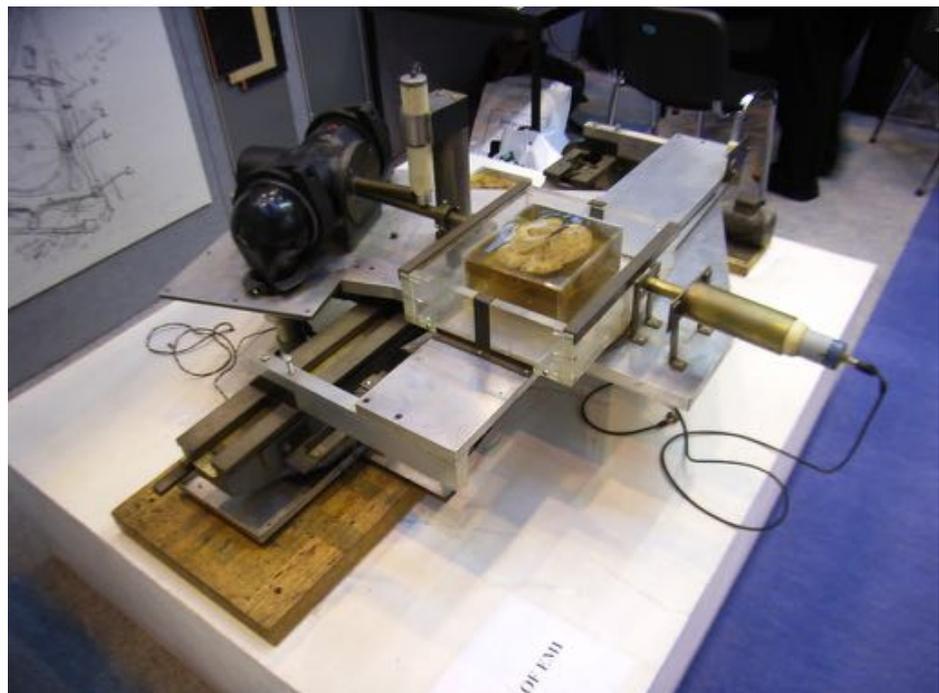
CT Scanner der 1., 2., 3. und 4. Generation

Prinzipieller Aufbau eines CT Scanners der 1. Generation



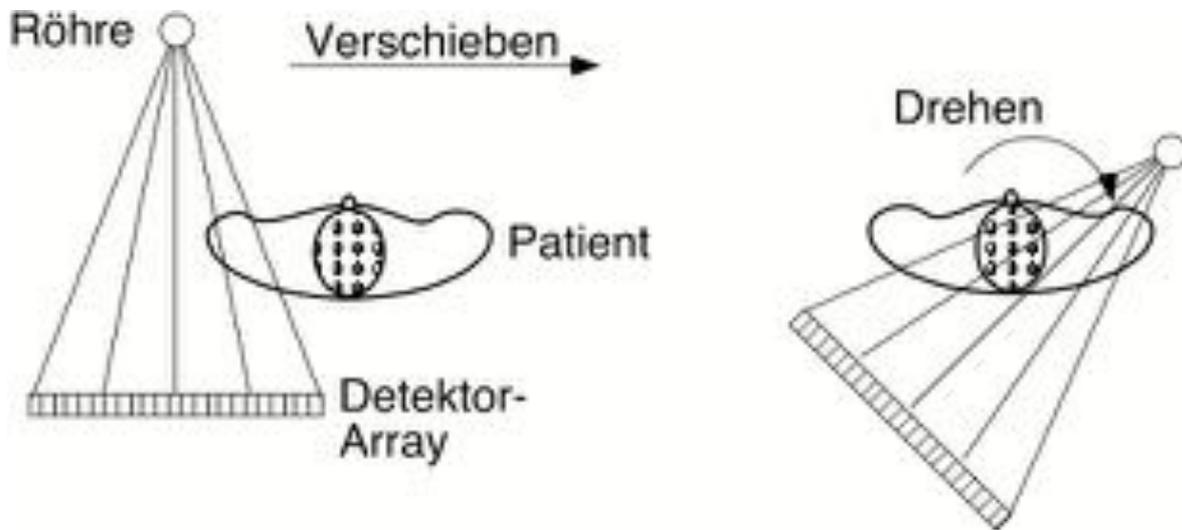
Godfrey Newbold Hounsfield

Entdeckung der Computed Tomography 1970, Nobelpreis 1979

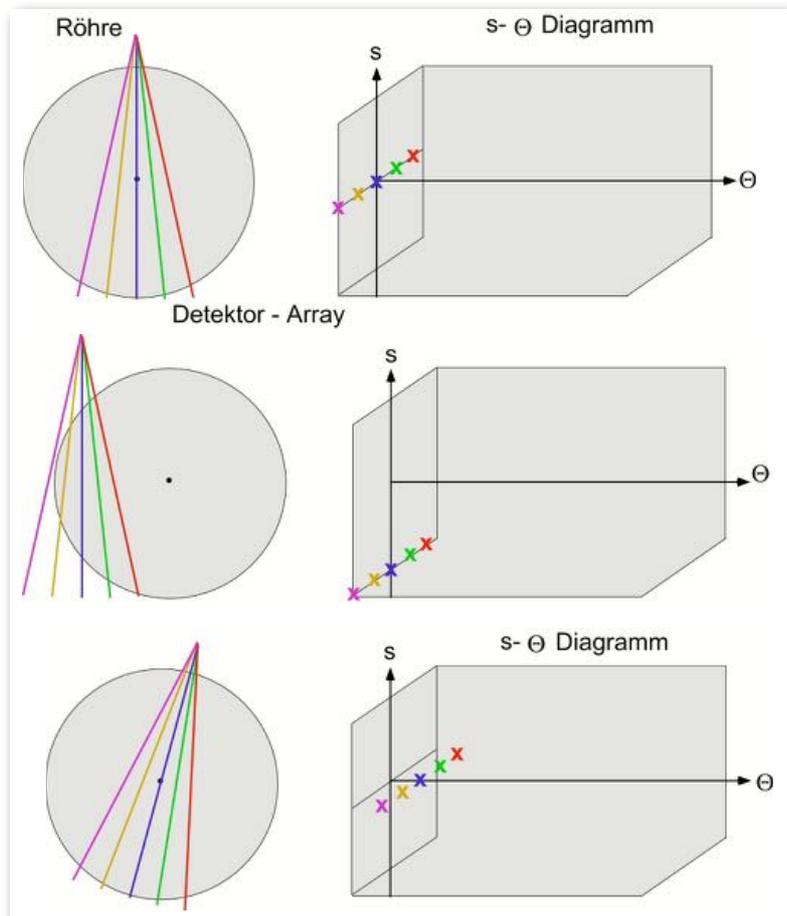


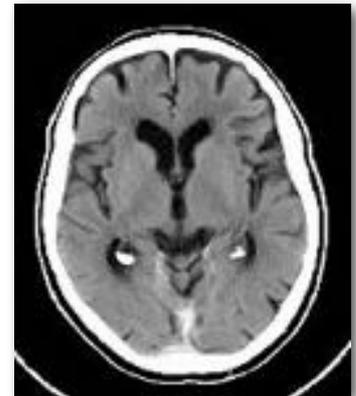
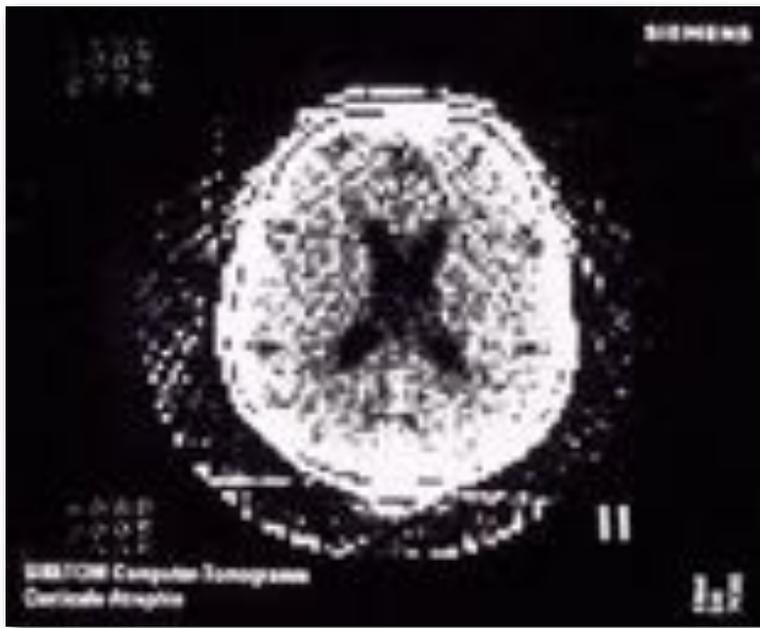
Prinzipieller Aufbau eines CT Scanners der 2. Generation

ca. 1974, 30 Detektoren in einer Zeile, Aufnahmezeit ca. 20sec



CT-Scanner, 2. Generation

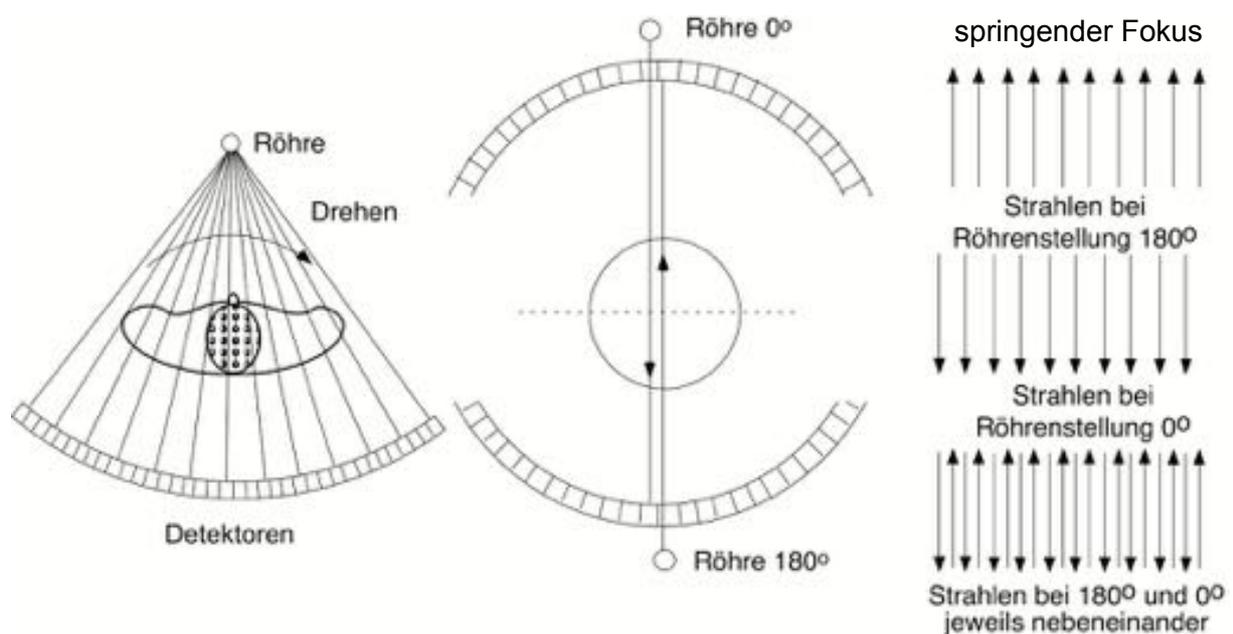




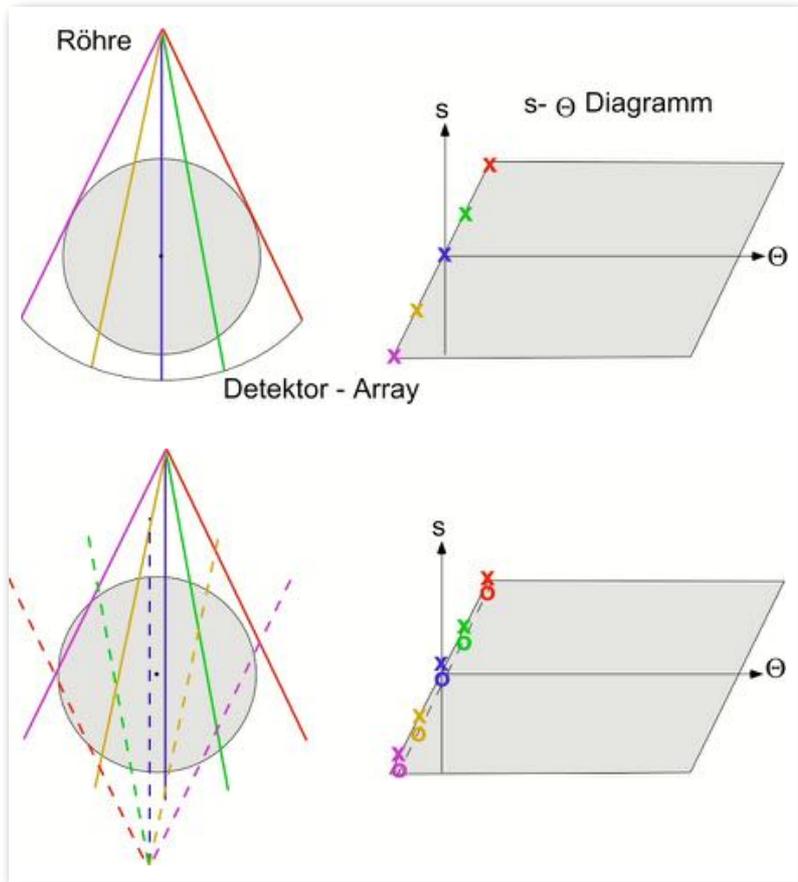
heute

CT-Scanner der 3. Generation

ab ca. 1976, 800 Detektoren in einer Zeile, Aufnahmezeit 1000 Projektionen pro sec

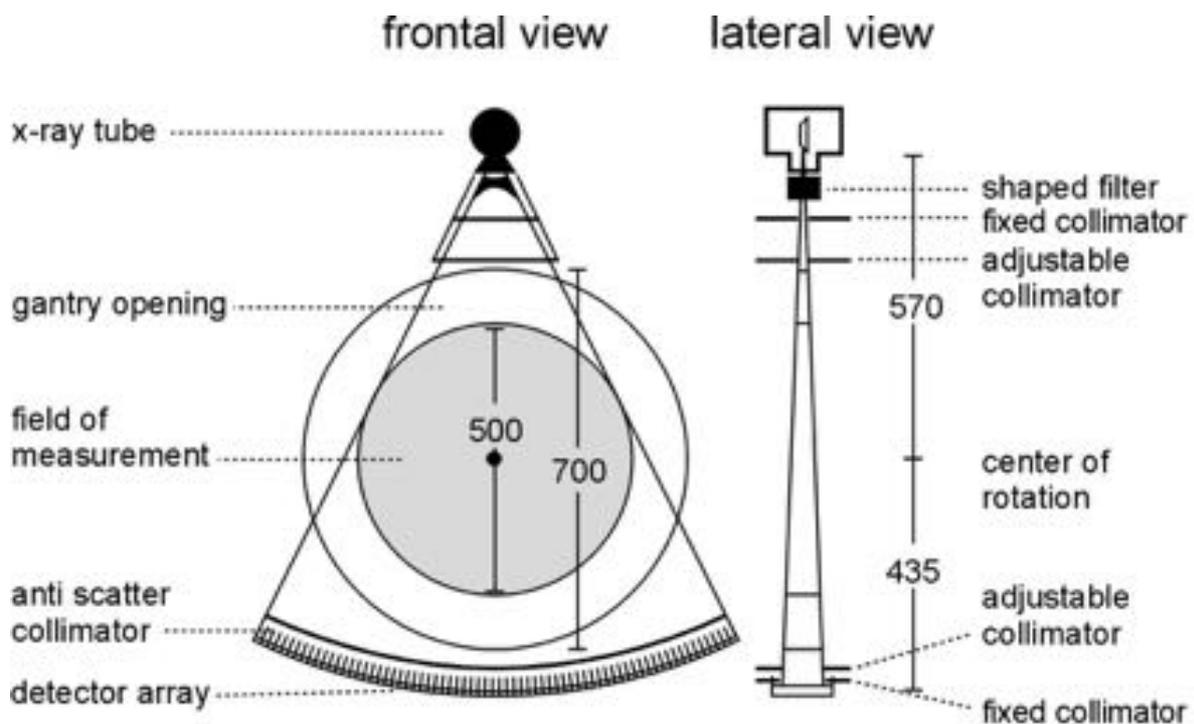


CT-Scanner, der 3. Generation

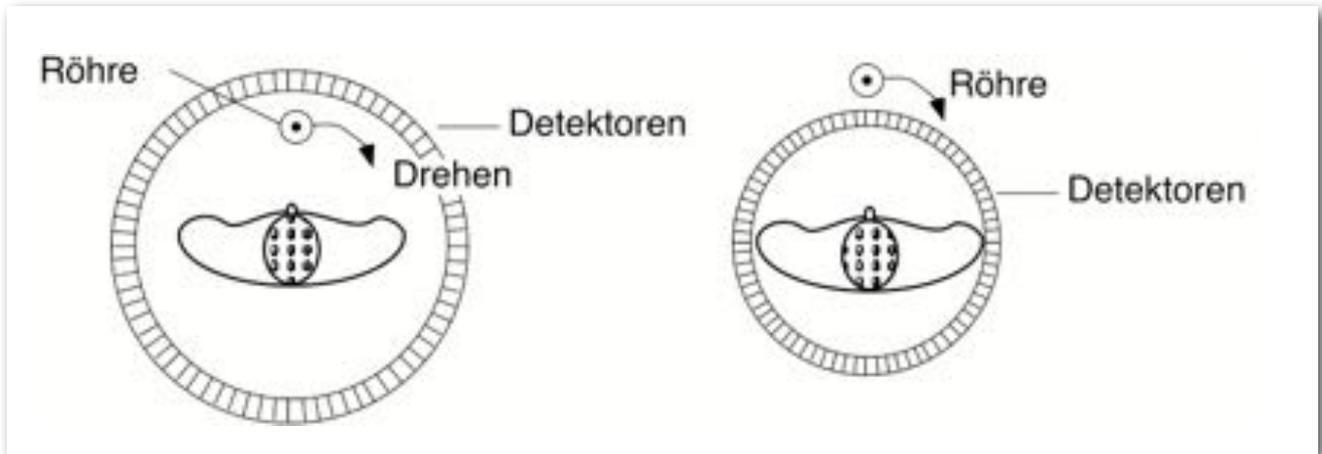


Der springende Fokus erlaubt es uns, zwischen 180° und 360° neue Daten zu messen.

What are inside the gantry?

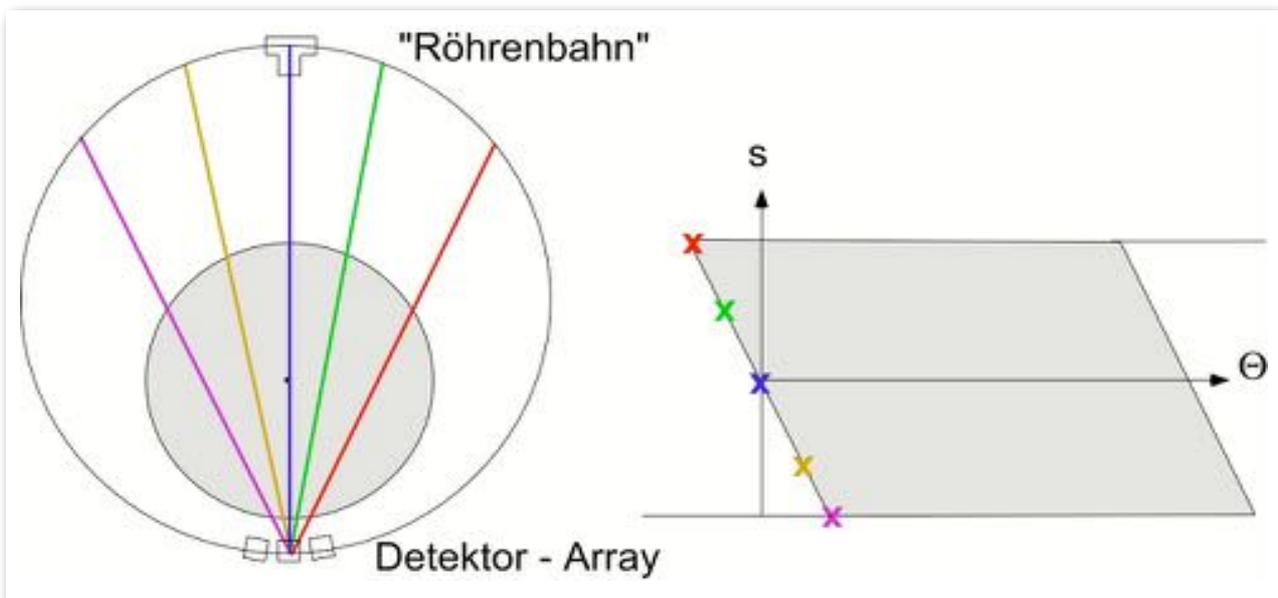


Schematic Representation of the Scanning Geometry of a CT System

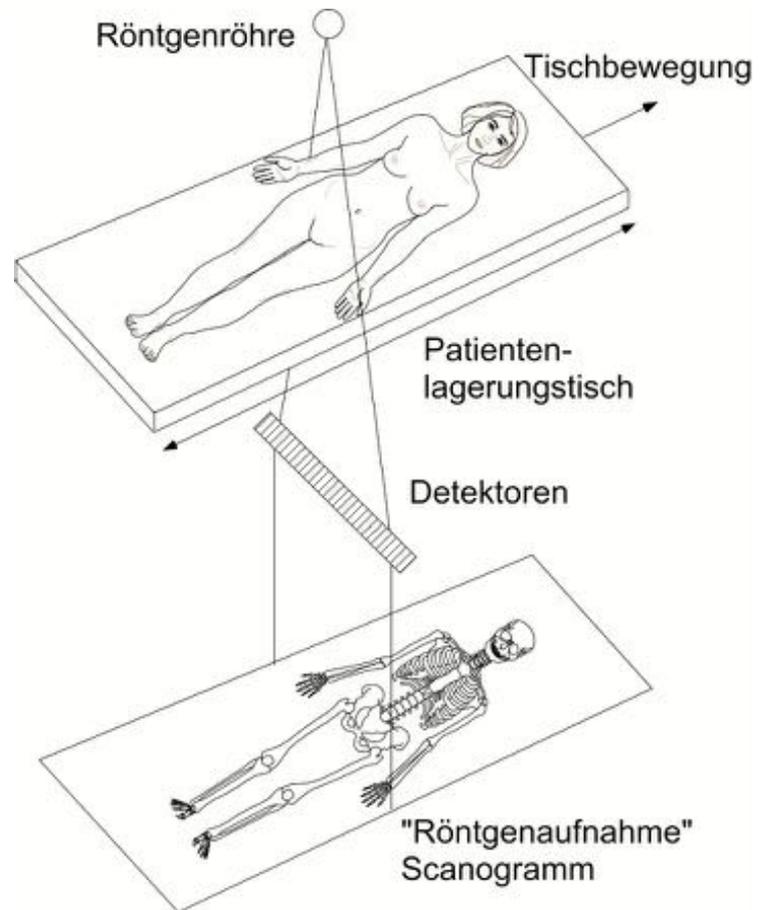


Die Detektorebene muss leicht gekippt werden. Die Kippachse muss „taumeln“.

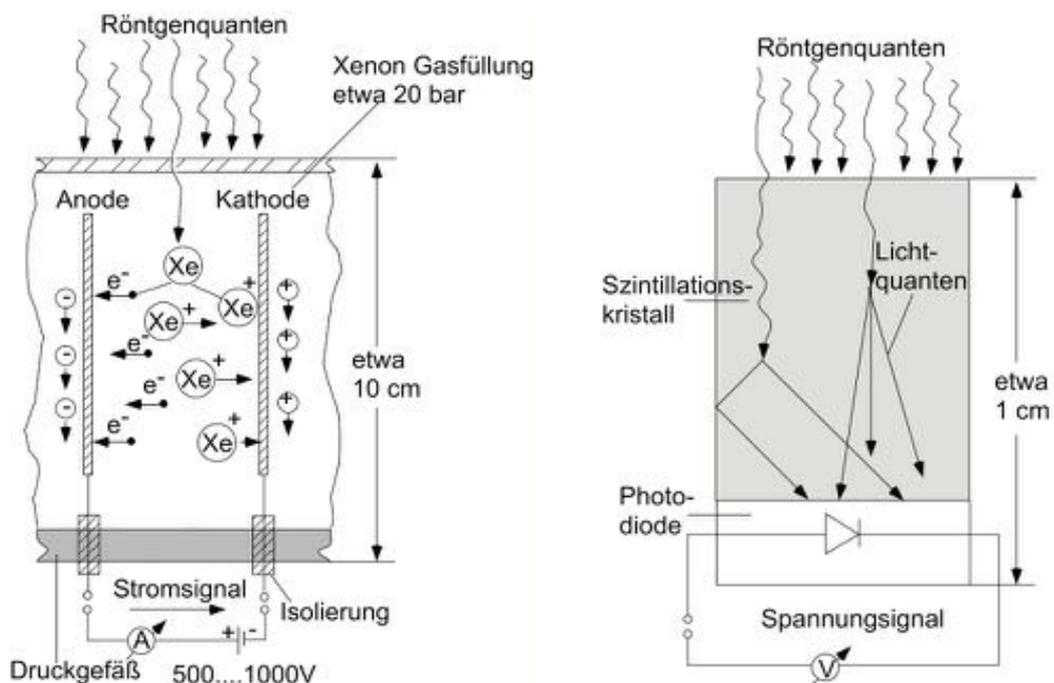
Datengewinnung im Radon-Raum beim CT-Scanner der 4. Generation



Scanogramm



Schematischer Aufbau von Xenon-Hochdruckionisationskammern und Szintillationskristall mit Photodiode



Datenübertragung vom Ring zur Konsole

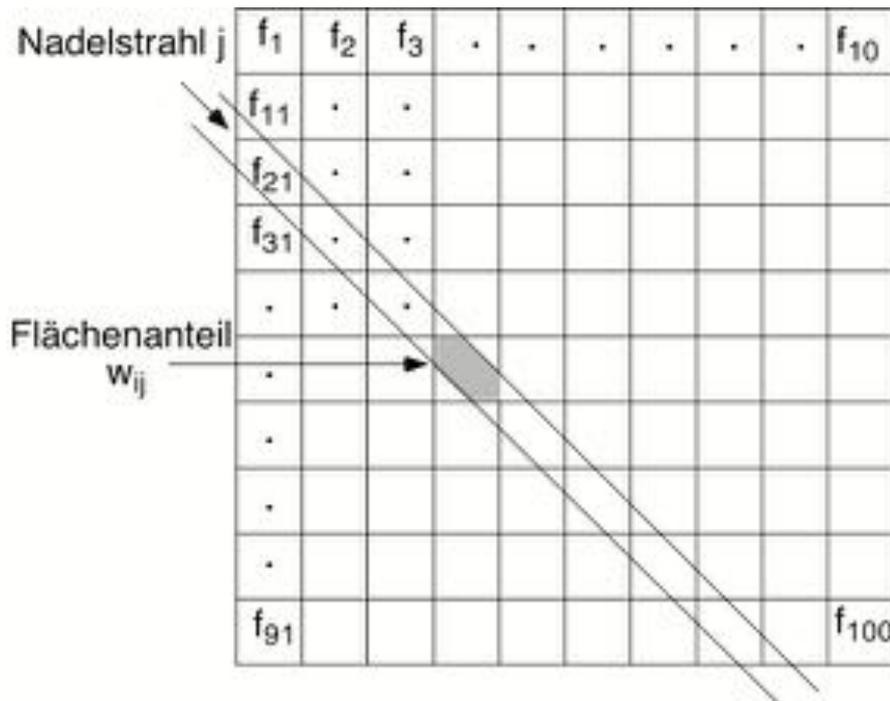
interessante Option: Optical Slip Ring

Übertragung der elektrischen Leistung von der Konsole zum Ring

Der Hochspannungstrafo sollte besser auf dem Ring sein.

Iterative CT Rekonstruktion

Zeilenweise Durchnummerierung der gesuchten Grauwerte im Bild am Beispiel eines 10x10 Bildes



Alle Grauwerte des Bildes werden zu einem einzigen 1D-Array.

Gesucht wird der Array f .
Gemessen werden die
Linienintegrale p .

Wir haben es mit einem
linearen Problem zu tun. Wir
könnten die Inverse der Matrix
 w_{ij} bestimmen

$$\begin{aligned}
 p_1 &= w_{11}f_1 + w_{12}f_2 \dots + w_{1N}f_N \\
 p_2 &= w_{21}f_1 + w_{22}f_2 \dots + w_{2N}f_N \\
 &\vdots \\
 p_M &= w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 \dots + w_{MN}f_N
 \end{aligned}$$

Iterative Lösung

$$\vec{f}^{(k)} = \vec{f}^{(k-1)} - \frac{\left(\vec{f}^{(k-1)} \cdot \vec{w}_k\right) - p_k}{\left(\vec{w}_k^T \cdot \vec{w}_k\right)} \cdot \vec{w}_k$$

$\vec{f}^{(k)} = \left(f_1^{(k)}, \dots, f_N^{(k)}\right)^T$ gesuchter Lösungsvektor nach der k-ten Iteration

$\vec{w}_j = \left(w_{j1}, \dots, w_{jN}\right)^T$ Gewichtungsfaktoren zum Nadestrahl j

$p_j =$ Messwert zum Nadestrahl j

Just to give an example....

$$\begin{aligned}
 p_1 &= w_{11}f_1 + w_{12}f_2 \dots + w_{1N}f_N \\
 p_2 &= w_{21}f_1 + w_{22}f_2 \dots + w_{2N}f_N \\
 &\vdots \\
 p_M &= w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 \dots + w_{MN}f_N
 \end{aligned}$$

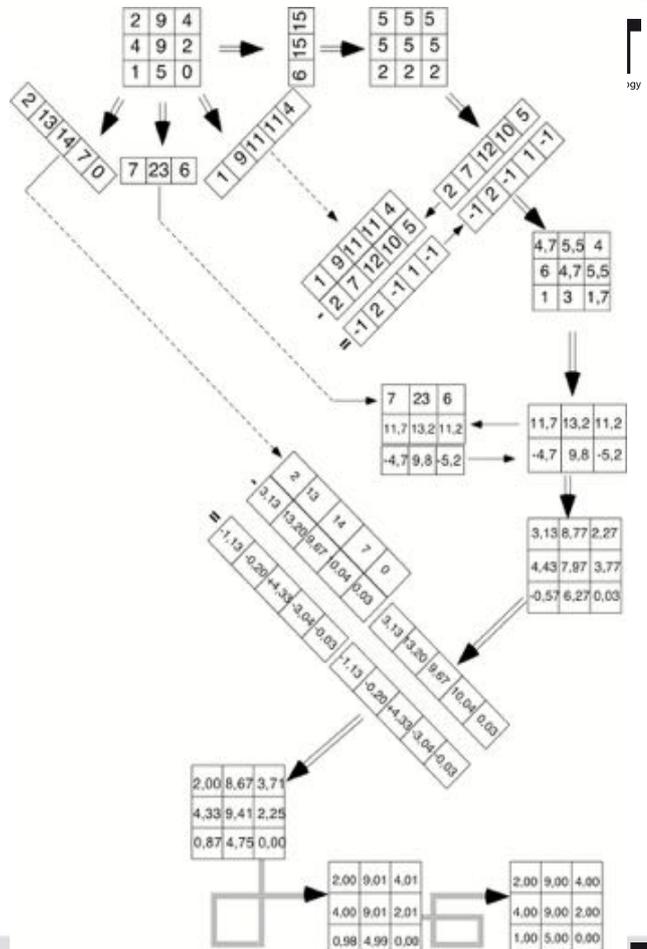
Angenommen wir haben 800 Detektoren im Detektorarray.
 Angenommen der Scanner rotiert mit 1 Umdrehung pro Sekunde, 180° in 0.5 sec.
 Angenommen wir tasten mit 2kHz ab, d.h. jede 0.5 ms bekommen wir 800 Daten.

Dann ist die Zahl der Linienintegrale M: $800 \cdot 500 \cdot 2 = 800.000$. $M=800.000$

Angenommen unser Bild hat $256 \cdot 256$ Pixel.
 Dann ist die Zahl der Unbekannten im Array f 65.536; $N=65.536$.

Das heisst: unser lineares Gleichungssystem ist überbestimmt.
 Die beste Lösung kann durch Minimieren der Summe der quadratischen Abweichungen gefunden werden.
 (Leider ist das Problem schlecht gestellt und wir benötigen eine Regularisierung.)

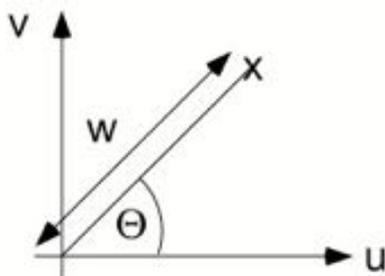
Iterative Lösungsmethode in der CT



CT Bildrekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion

CT-Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion - Ableitung der Grundgleichung -

$$f(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u,v) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot (ux+vy)} \, du \, dv$$



Übergang zu Zylinderkoordinaten

$$u = w \cdot \cos\Theta$$

$$v = w \cdot \sin\Theta$$

$$du \, dv = w \cdot dw \cdot d\Theta$$

$$f(x,y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(w,\Theta) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w(x \cos\Theta + y \sin\Theta)} \, w \, dw \, d\Theta$$

CT-Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion - Ableitung der Grundgleichung -

$$f(x,y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(w,\Theta) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w(x \cos \Theta + y \sin \Theta)} |w| dw d\Theta$$

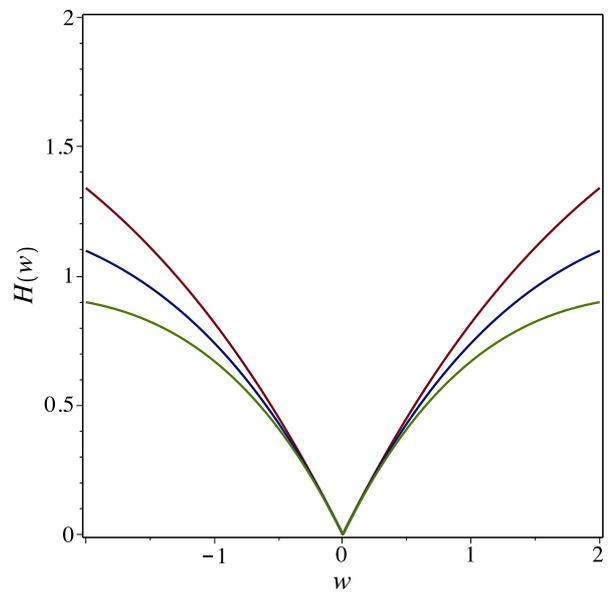
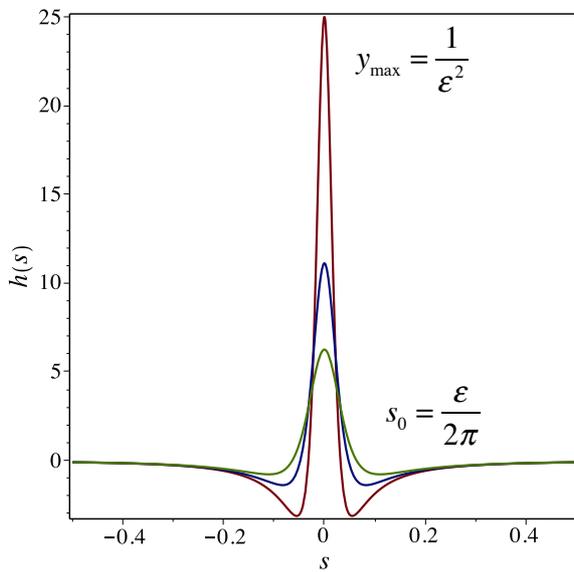
$F(w,\Theta) = P_{\Theta}(w)$ nach dem Fourier-Scheiben-Theorem
 $p_{\Theta}(s)$ $P_{\Theta}(w)$ 1D-Fouriertransformierte einer Projektion

$$f(x,y) = \int_0^{\pi} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} P_{\Theta}(w) \cdot |w| \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w s} dw \right] d\Theta \quad s = x \cos \Theta + y \sin \Theta$$

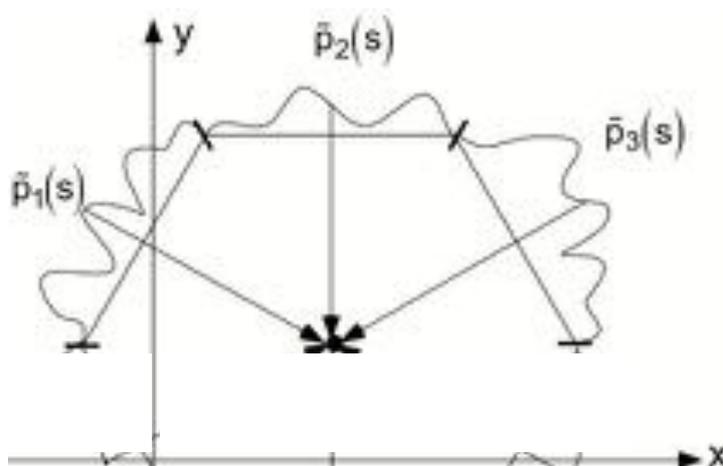
CT-Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion - Ableitung der Grundgleichung -

$$\tilde{p}_{\Theta}(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\Theta}(w) \cdot |w| \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w s} dw$$

$p_{\Theta}(s)$ $P_{\Theta}(w)$
 $h(s)$ $|w|$
 $\tilde{p}_{\Theta}(s) = p_{\Theta}(s) * h(s)$ $P_{\Theta}(w) \cdot |w|$
 $\frac{\epsilon^2 - (2\pi s)^2}{(\epsilon^2 + (2\pi s)^2)^2}$ $|w| \cdot e^{-\epsilon |w|}$

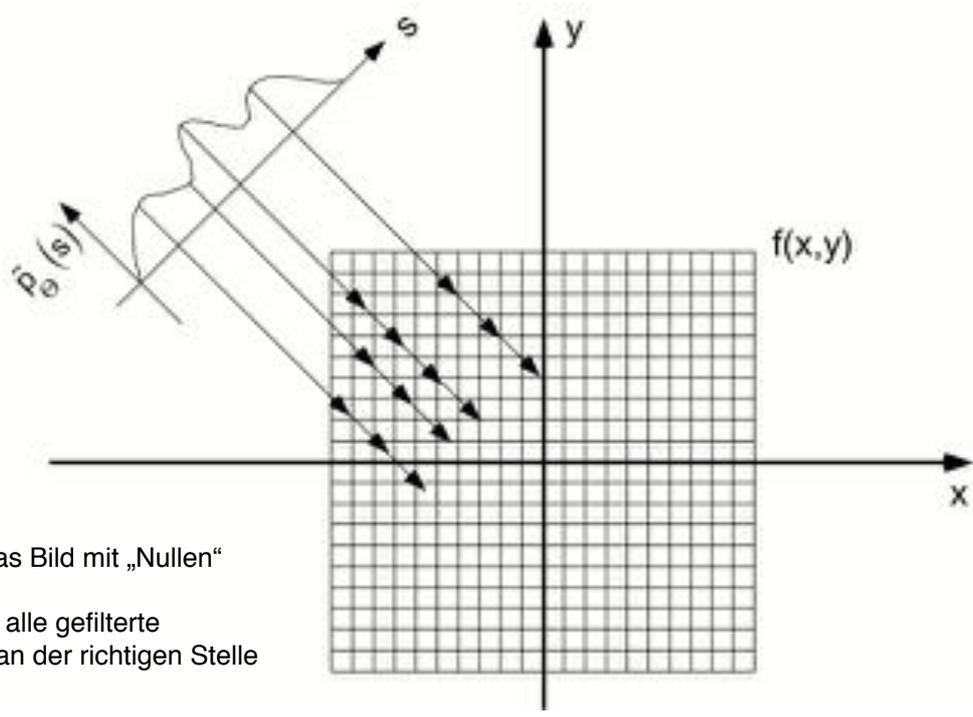


Aufsummieren über alle gefilterten Projektionen



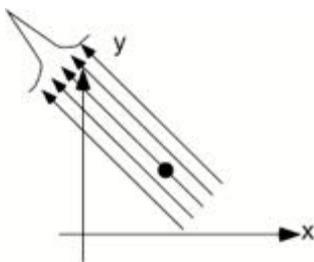
$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \int_0^{\pi} \bar{p}_{\theta}(s) d\theta \\
 &= \int_0^{\pi} \bar{p}_{\theta}(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta
 \end{aligned}$$

Prinzip der Rückprojektion

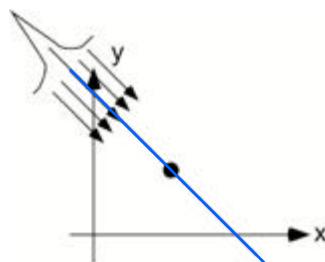


Zuerst wird das Bild mit „Nullen“ initialisiert.
 Dann werden alle gefilterte Projektionen an der richtigen Stelle hinzuaddiert.

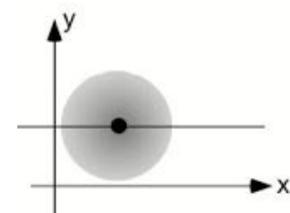
Ungefilterte und gefilterte Rückprojektion



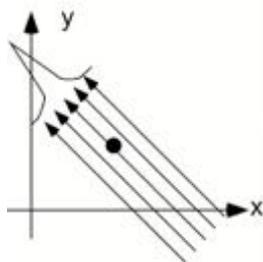
Messung



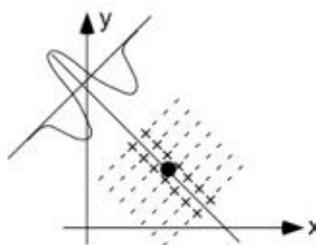
ungefilterte Rückprojektion einer Messung



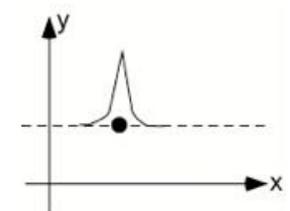
ungefilterte Rückprojektion alle Messungen



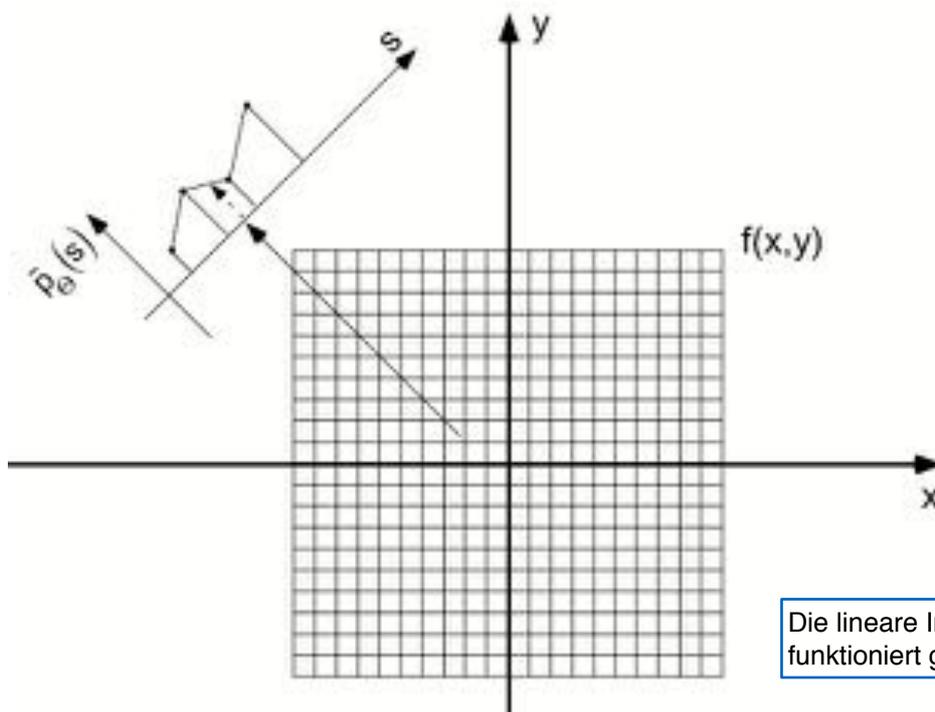
Messung



gefilterte Rückprojektion einer Messung



gefilterte Rückprojektion aller Messungen



Die lineare Interpolation funktioniert gut.

Überbewertung hoher Raumfrequenzen

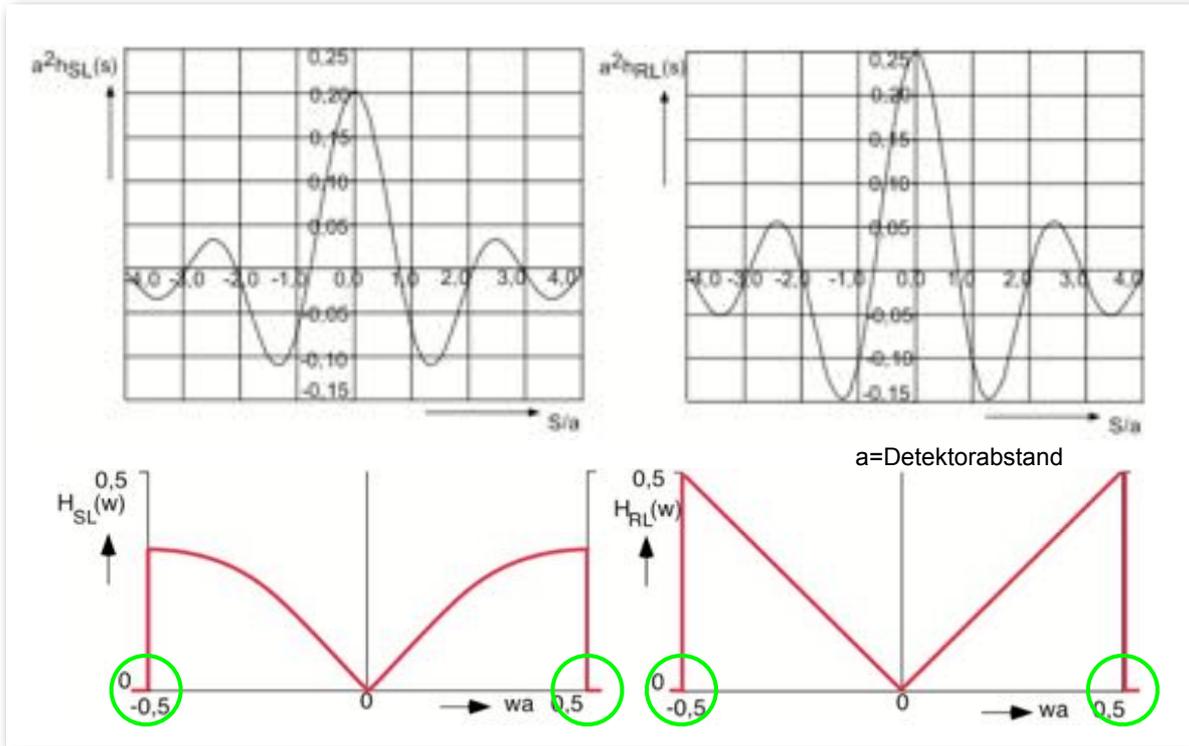
$$f(x,y) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{+\infty} P_\Theta(w) \cdot |w| \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w \cdot s} dw \right] d\Theta$$

$|w|$ wird zu großen w immer größer!
 außerdem: durch das digitale Abtasten sind Raumfrequenzen oberhalb von $1/(2\Delta s)$ nicht bekannt!

Lösung: Ersetze $H(w)=|w|$ durch eine andere Filterfunktion $H_{SL}(w)$ oder $H_{RL}(w)$

$$\tilde{p}_\Theta(s) = \int P_\Theta(w) \cdot H(w) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w \cdot s} dw$$

Filterfunktion nach Shepp und Logan und Ramachandran und Lakshminarayanan



Faltungskerne

Faltungskern von

Shepp und Logan

Ramachandran u. Lakshminarayanan

h_k

$$-\frac{2}{\pi^2 a^2} \frac{1}{4k^2 - 1}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4a^2} && k = 0 \\ & 0 && k = \text{gerade}, \neq 0 \\ & -\frac{1}{\pi^2 a^2 k^2} && k = \text{ungerade} \end{aligned}$$

$h(s)$

$$-\frac{2}{\pi^2 a^2} \frac{1 - 2 \frac{s}{a} \sin \pi \frac{s}{a}}{4 \left(\frac{s}{a} \right)^2 - 1}$$

$$\frac{1}{2a^2} \left\{ \frac{\sin \pi \frac{s}{a}}{\pi \frac{s}{a}} + \frac{\cos \pi \frac{s}{a} - 1}{\left(\pi \frac{s}{a} \right)^2} \right\}$$

$H(|w|)$

$$|w| \cdot \left| \frac{\sin \pi w a}{\pi w a} \right| \text{rect}(2aw)$$

$$|w| \cdot \text{rect}(2aw)$$

analog

$$\tilde{p}_\Theta(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\Theta(s) \cdot h(s-s') ds'$$

digital

$$\begin{aligned} \tilde{p}_\Theta(n \cdot \Delta s) &= \Delta s \cdot \sum p_\Theta(k \cdot \Delta s) \cdot h(n \cdot \Delta s - k \cdot \Delta s) \\ &= \Delta s \cdot \sum_{k=-K}^{k=+K} p_\Theta(n \cdot \Delta s - k \cdot \Delta s) \cdot h(k \cdot \Delta s). \end{aligned}$$

analog

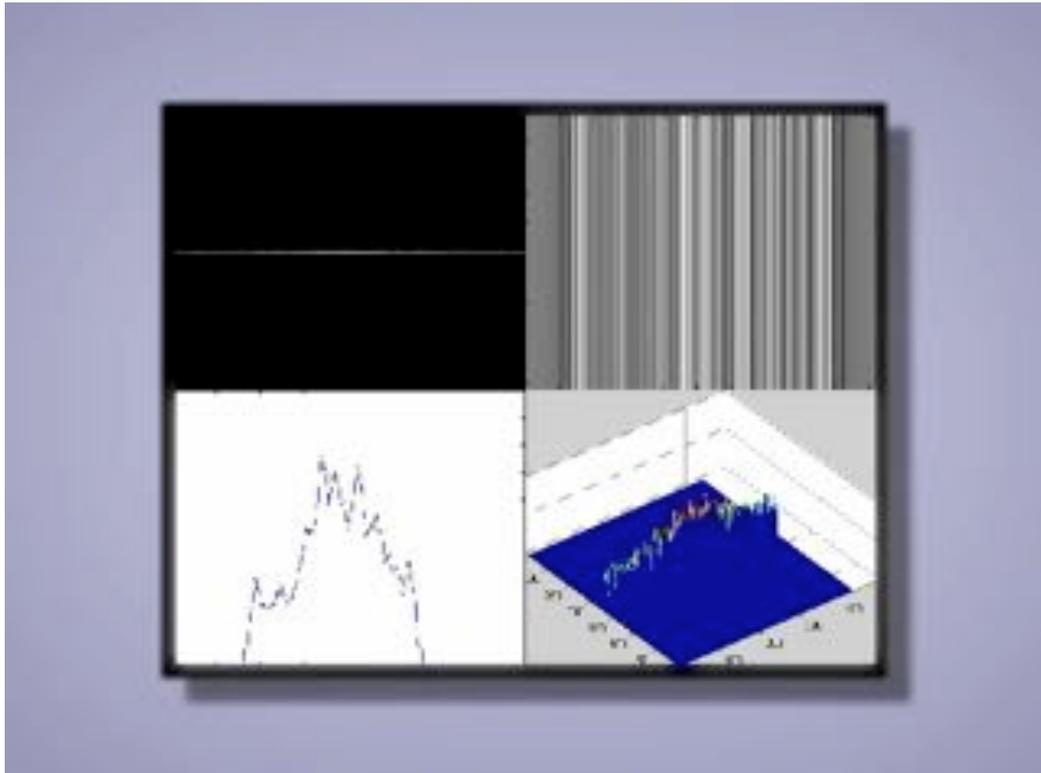
$$f(x,y) = \int_0^\pi \tilde{p}_\Theta(s) d\Theta \quad d\Theta \approx \frac{\pi}{M}$$

M=Zahl der Projektionen

digital

$$f(x,y) = \frac{\pi}{M} \sum_{i=1}^M \tilde{p}_\Theta(x \cos \Theta_i + y \sin \Theta_i)$$

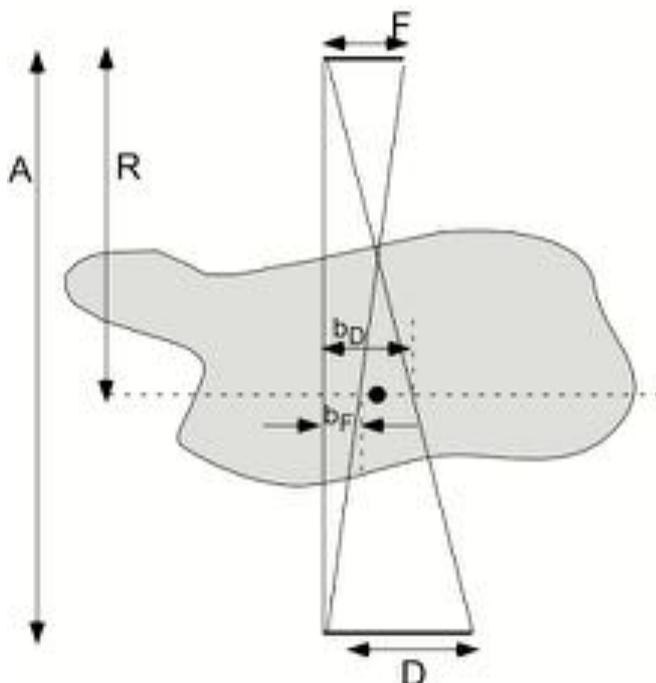
geeignete Interpolation



Die räumliche Auflösung und die MTF bei der CT

$$MTF_{CT} = MTF_{Strahl} \cdot MTF_{Alg}$$

Verlauf der Röntgenstrahlen im CT-Scanner und Definition der geometrischen Größen

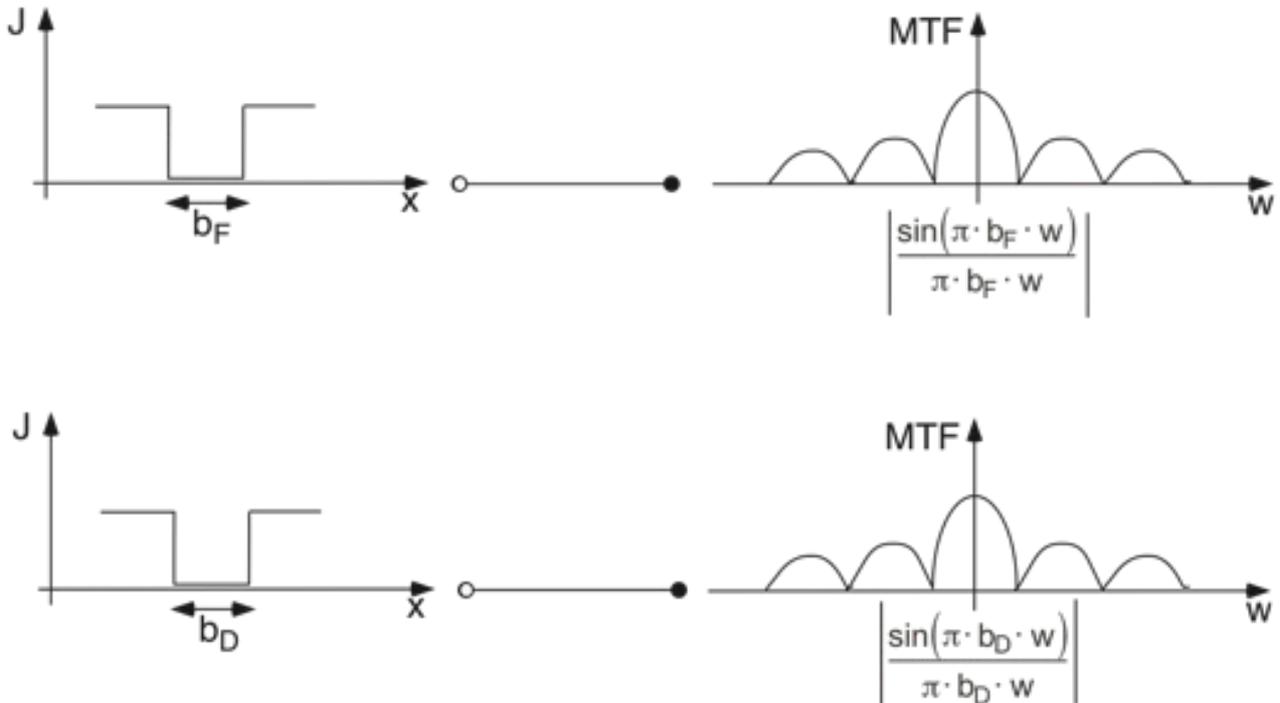


- A = Abstand Röhre/Detektor
- R = Abstand Röhre/Rotationszentrum
- F = Fokusgröße in der Röhre
- D = Detektorgröße

$$b_F = F \cdot \frac{A-R}{A} \text{ effektive Fokusgröße im Zentrum}$$

$$b_D = D \cdot \frac{R}{A} \text{ effektive Detektorgröße im Zentrum}$$

Vorstellung: bewege einen punktförmigen Absorber durch den Scanner.



$$MTF_{CT} = MTF_{Strahl} \cdot MTF_{Algo}$$

$$MTF_{Strahl}(w) = \left| \frac{\sin(\pi \cdot b_F \cdot w)}{\pi \cdot b_F \cdot w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \cdot b_D \cdot w)}{\pi \cdot b_D \cdot w} \right|$$

$$MTF_{Algo} = \frac{|H(w)| \cdot |G(w)|}{|w|} \quad G(w) = \left(\frac{\sin(\pi \cdot \Delta s \cdot w)}{\pi \cdot \Delta s \cdot w} \right)^2$$

Interpolation

$$MTF_{AlgoSL}(w) = \frac{|w| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right|^2}{|w|} = \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right|^3$$

$$MTF_{CT}(w) = \left| \frac{\sin(\pi b_F w)}{\pi b_F w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi b_D w)}{\pi b_D w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right|^2 \cdot \frac{|H(w)|}{|w|}$$

Modulation Transfer Function (MTF) bei der CT

- Die MTF der CT ist ein Produkt aus
 - einer sinc Funktion mit der effektiven Fokusgröße als Argument,
 - einer sinc Funktion mit der effektiven Detektorgröße als Argument,
 - einer sinc^2 Funktion mit dem Abtastabstand als Argument,
 - dem Quotienten aus der Filterfunktion $H(w)$ und $|w|$.

$$\text{MTF}_{\text{CT}}(w) = \left| \frac{\sin(\pi b_F w)}{\pi b_F w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi b_D w)}{\pi b_D w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta s w)}{\pi \Delta s w} \right|^2 \cdot \frac{|H(w)|}{|w|}$$

Rauschen bei der CT

$$N_{\Theta}(s) = N_0 \cdot e^{-\int \mu(x,y) dl}$$

mit: N_0 = Zahl der nachgewiesenen Quanten pro Detektor ohne Patient

$N_{\Theta}(s)$ = Zahl der nachgewiesenen Quanten pro Detektor mit Patient

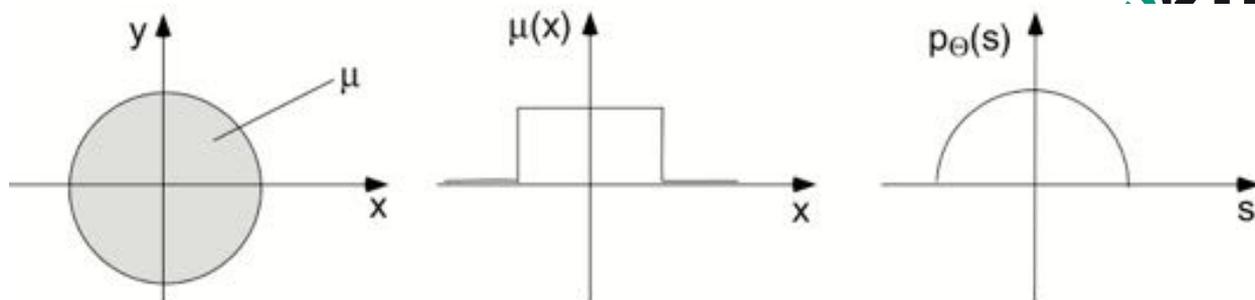
$$p_{\Theta}(s) = \ln \frac{N_0}{N_{\Theta}(s)} = \ln N_0 - \ln N_{\Theta}(s)$$

$$N_{\Theta}(s) = \bar{N}_{\Theta}(s) \pm \sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)} \quad \text{Poisson-Rauschen}$$

$$\ln N_{\Theta}(s) = \ln \left\{ \bar{N}_{\Theta}(s) \pm \sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)} \right\} = \ln \left\{ \bar{N}_{\Theta}(s) \left(1 \pm \frac{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}}{\bar{N}_{\Theta}(s)} \right) \right\}$$

$$= \ln \left\{ \bar{N}_{\Theta}(s) \left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}} \right) \right\} \approx \ln \bar{N}_{\Theta}(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}}, \quad \text{für } \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}} \ll 1$$

$$p_{\Theta}(s) = \ln N_0 - \ln \bar{N}_{\Theta}(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}} = \bar{p}_{\Theta}(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_{\Theta}(s)}}$$



$$f(0,0) = \frac{\pi}{M} \cdot \Delta s \cdot \sum_{\Theta_i} \sum_{k=-K}^{k=+K} p_{\Theta}(0) \cdot h(k \cdot \Delta s)$$

$$p_{\Theta}(0) = \bar{p}_{\Theta}(0) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}}} \quad \text{mit } \bar{N} = \bar{N}_{\Theta}(0)$$

$$E(A) = A \pm a \quad E(B) = B \pm b \quad E(A + B) = A + B \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$f(0,0) = \overline{f(0,0)} \pm \frac{\pi}{M} \cdot \Delta s \cdot \sqrt{\sum_{\Theta_i} \sum_{k=-K}^{k=+K} \frac{h^2(k \cdot \Delta s)}{\bar{N}}}$$

$$\sigma_{\text{Pixel}}^2 = \left(\frac{\pi}{M} \cdot \Delta s \right)^2 \cdot M \cdot \frac{1}{\bar{N}} \cdot \sum_{k=-K}^{k=+K} h^2(k \cdot \Delta s)$$

$$\sum h^2(k \cdot \Delta s) \approx \frac{1}{\Delta s} \int h^2(s) ds = \frac{1}{\Delta s} \int |H(w)|^2 dw.$$

(Parsevalsches Theorem)

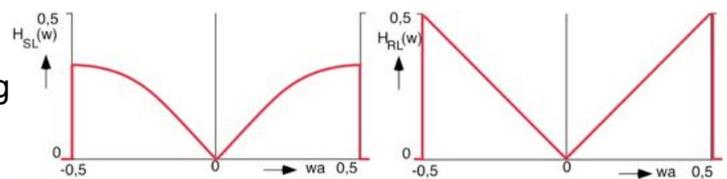
$$\sigma_{\text{Pixel}}^2 = \frac{\pi^2 \cdot \Delta s}{M} \cdot \frac{1}{\bar{N}} \int_{-w_{\max}}^{+w_{\max}} |H(w)|^2 dw$$

Δs = Detektorabstand

M = Zahl der Projektionen

\bar{N} = mittlere Zählrate bei einer Messung

$H(w)$ = Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion



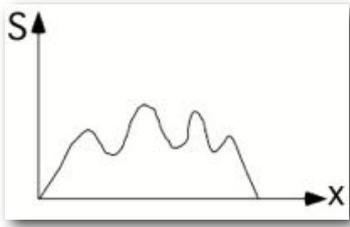
Rauschen bei der CT

- Das Rauschen bei der CT steigt linear mit
 - dem Abtastabstand Δs
 - der Fläche unter der Filterfunktion $H(w)$
- Das Rauschen bei der CT fällt mit $1/x$
 - mit der Zahl der gemessenen Projektionen M
 - mit der mittleren Zahl der Röntgenquanten pro Bildpunkt \bar{N} .

$$\sigma_{\text{Pixel}}^2 = \frac{\pi^2 \cdot \Delta s}{M} \cdot \frac{1}{\bar{N}} \int_{-w_{\max}}^{+w_{\max}} |H(w)|^2 dw$$

Das Problem mit dem Abtasttheorem

Signal in der Detektorreihe



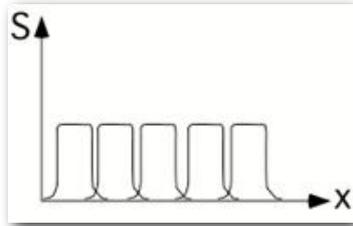
Faltung im Ortsraum mit Rechteckfunktion

Multiplikation im Frequenzraum mit:

$$\frac{\sin(\pi \cdot D \cdot w)}{\pi \cdot D \cdot w}$$

D=Detektorbreite

Empfindlichkeitskurven der Detektoren



maximale Frequenz:

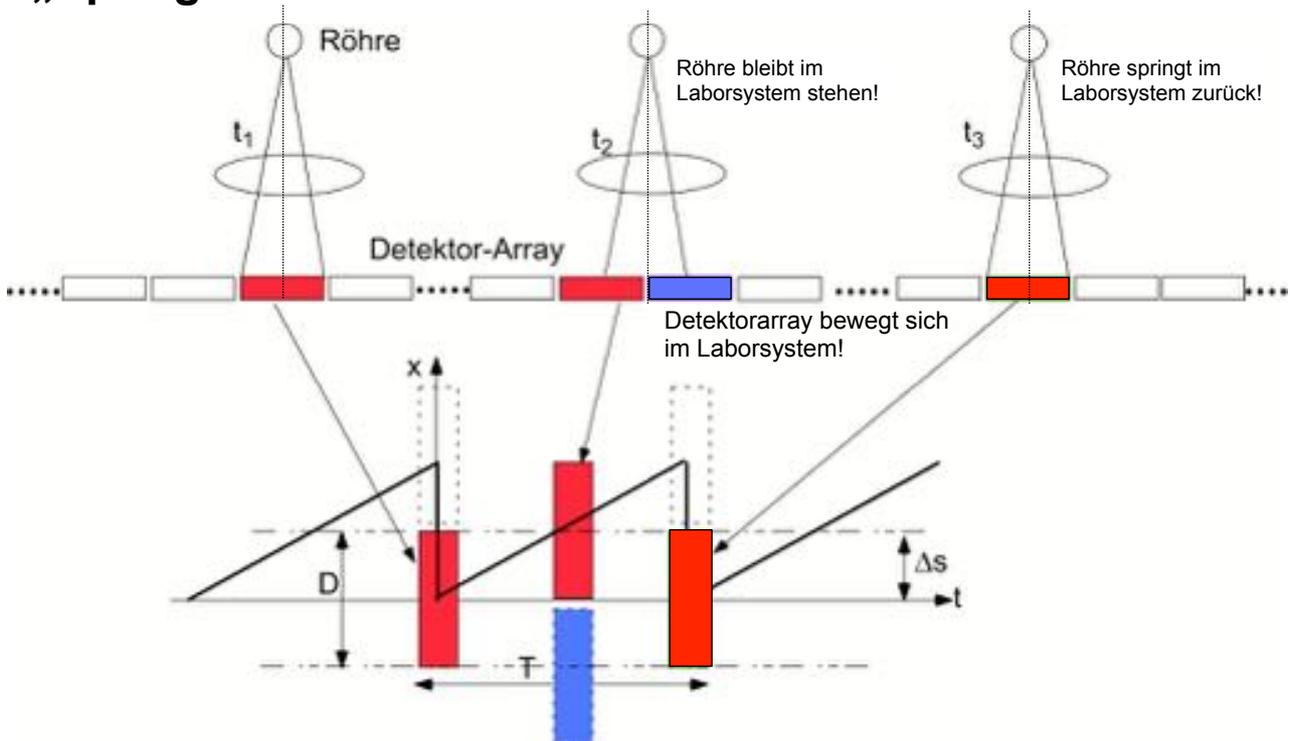
$$\pi \cdot D \cdot w_{\max} = \pi \Rightarrow w_{\max} = \frac{1}{D}$$

nach Abtasttheorem wird gefordert:

$$\Delta s \leq \frac{1}{2w_{\max}} = \frac{D}{2}$$



Abtastung Δs mit halber Detektorbreite Δ „Springender Fokus“

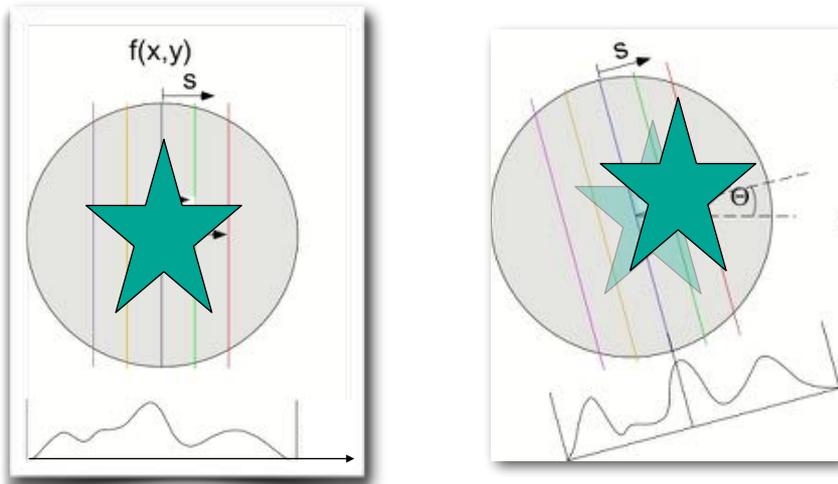


Artefakte bei der CT

CT - Artefakte

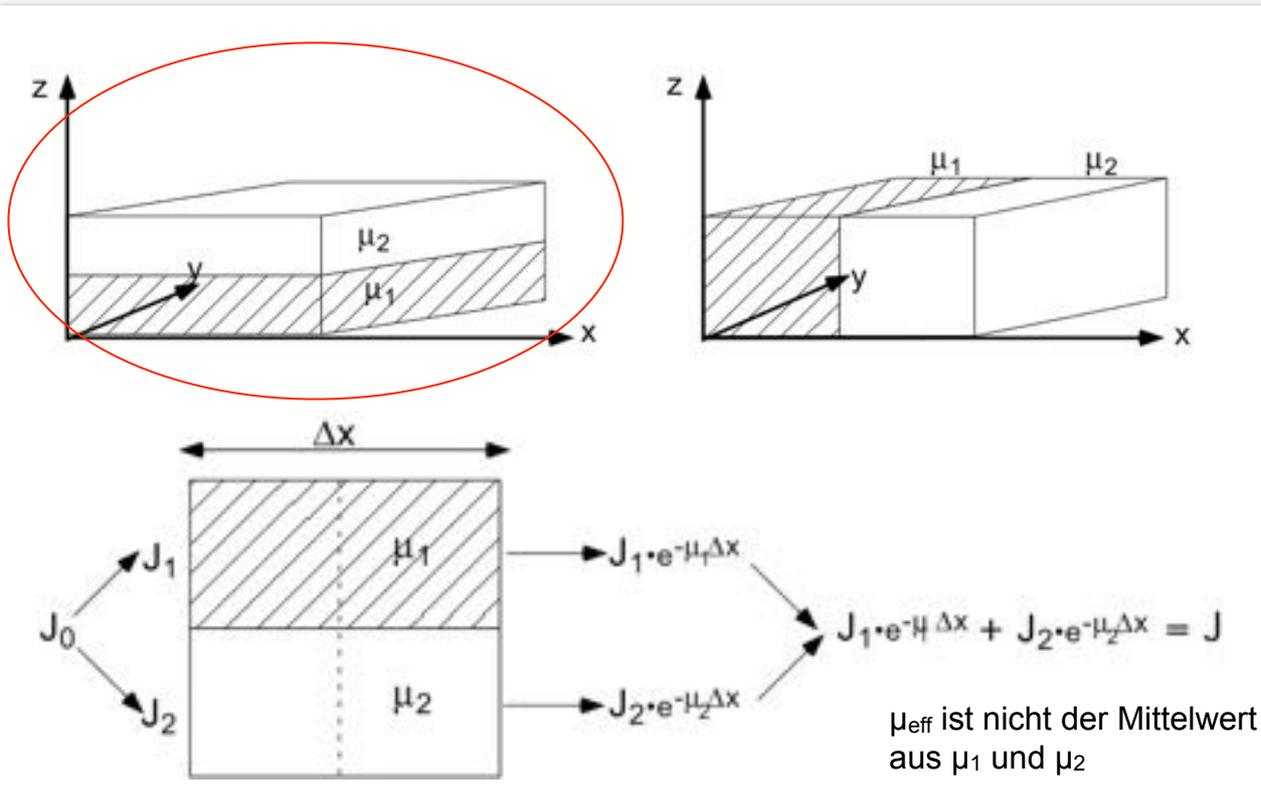
- ➔ Bewegungsartefakte
- ➔ Teilvolumenartefakte
- ➔ Artefakte durch Strahlaufhärtung
- ➔ Artefakte durch Streustrahlung
- ➔ Artefakte durch stark absorbierende Objekte

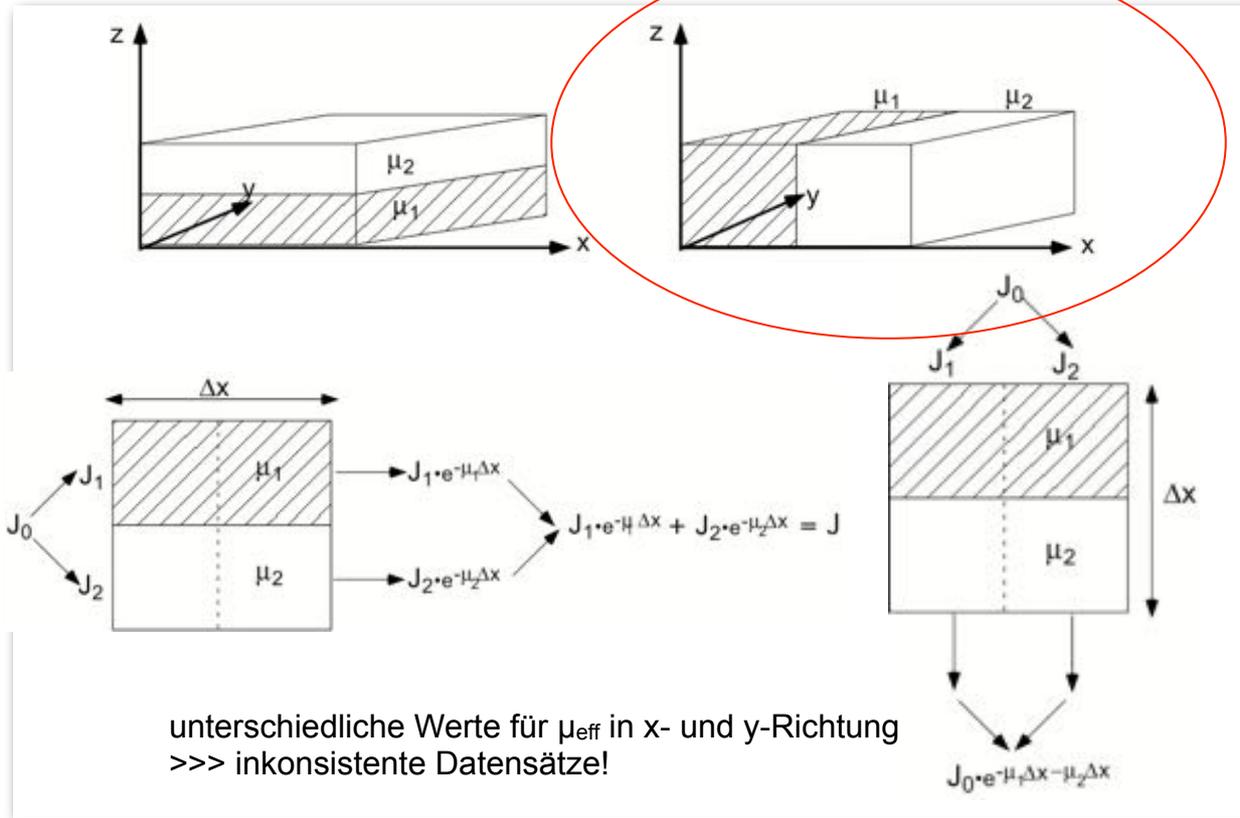
Bewegungsartefakte



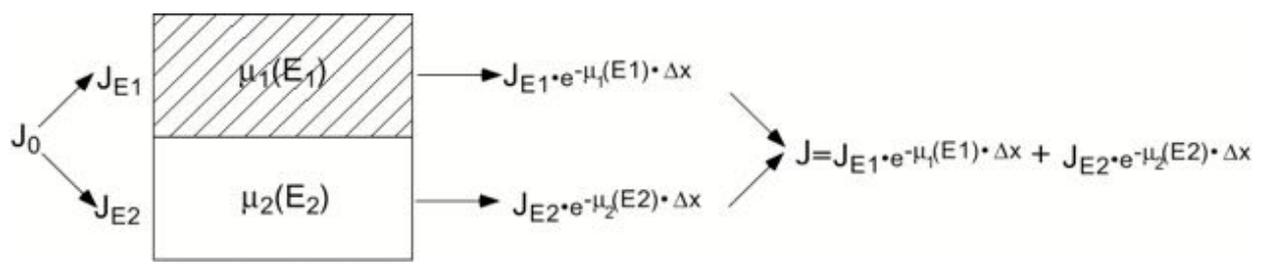
- Jede Patientenbewegung während der Aufnahme von 180° Projektionen führt zu Artefakten.
- „Stars and stripes“ über das ganze Bild sind die Folge.

Teilvolumenartefakte

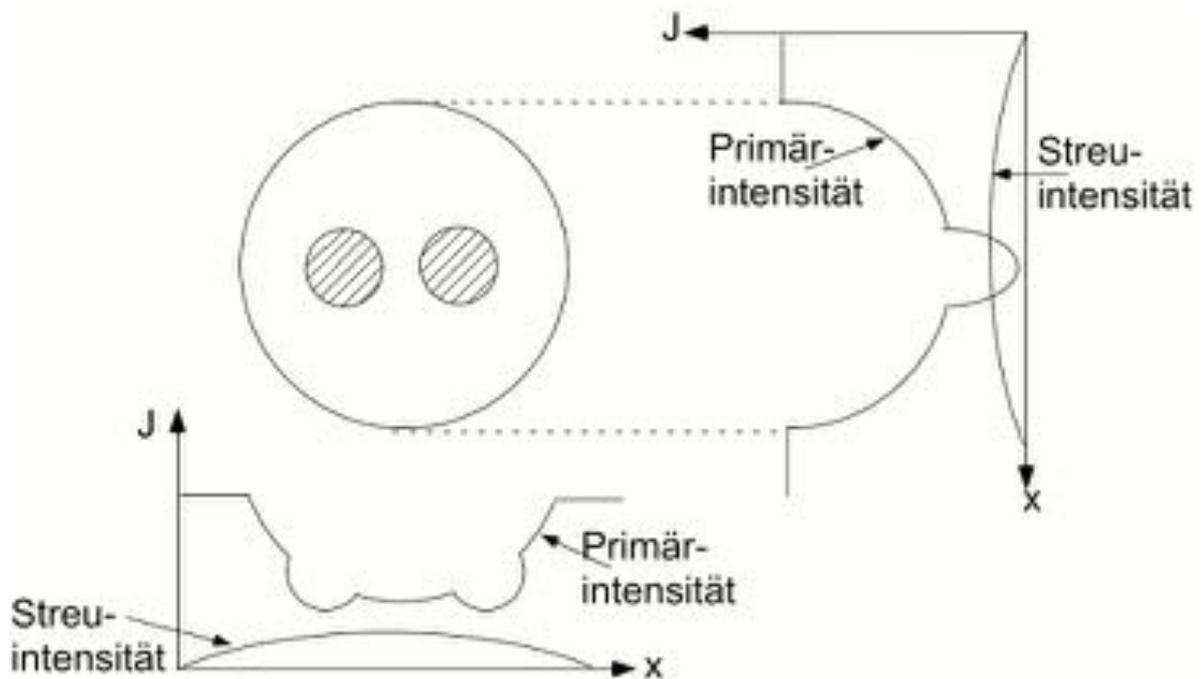




$$J_0 = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \frac{dJ_0(E)}{dE} dE \qquad J = \int \frac{dJ_0(E)}{dE} \cdot e^{-\int \mu(x,y,E) d\ell} dE$$

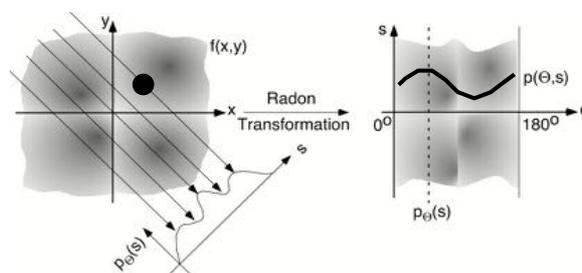
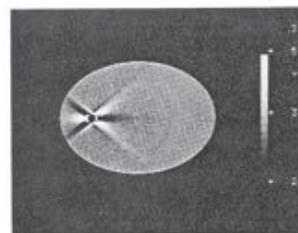


Das Spektrum ändert sich aber beim Durchgang durch den Körper!



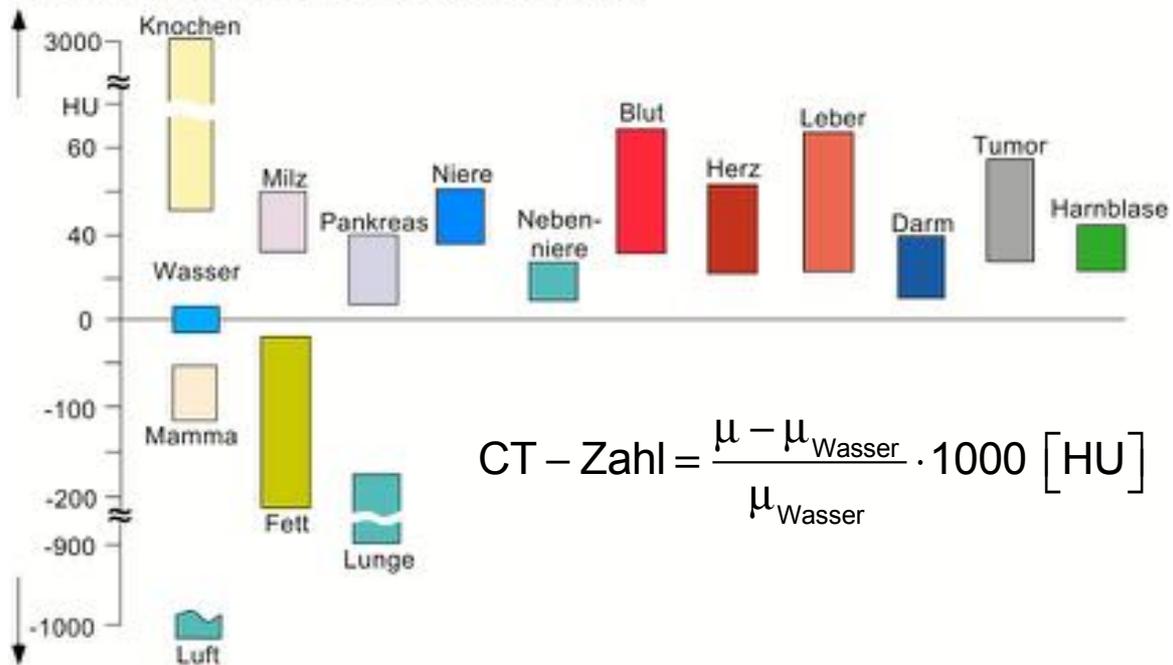
Artefakte durch stark absorbierende Objekte

- stark absorbierende Objekte sind z.B.
 - eine künstliche Hüfte oder Knie,
 - Zahnfüllungen.
- das Problem: „Null ist Null“ (dynamic range, least significant bit).
 - „stars and stripes“ über das ganze Bild sind die Folge.
- eine Chance, diese Artefakte zu korrigieren:
 - finde Sinuswellen mit kleiner Intensität im Radon-Raum,
 - ersetze die Null-Werte im Radonraum durch den Mittelwert (oder Median) der Nachbarn.



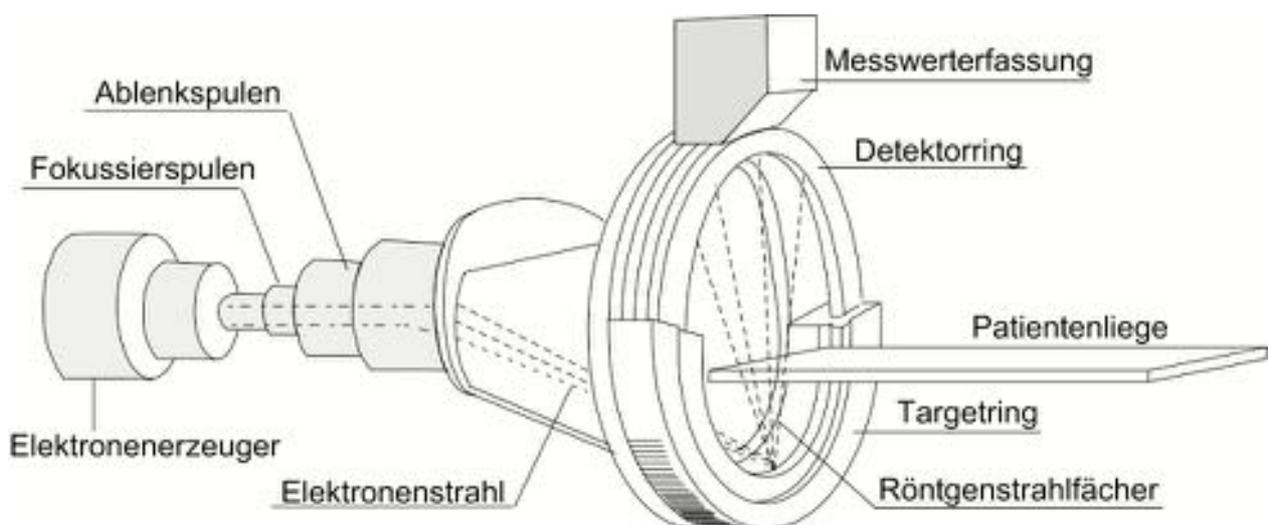
Röntgenschwächungskoeffizient von Körpergewebe in Hounsfield-Einheiten

Schwächungswerte von Gewebe (bezogen auf Wasser)



$$CT - Zahl = \frac{\mu - \mu_{Wasser}}{\mu_{Wasser}} \cdot 1000 [HU]$$

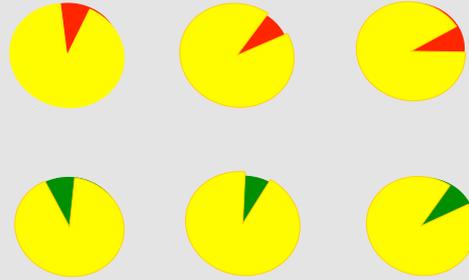
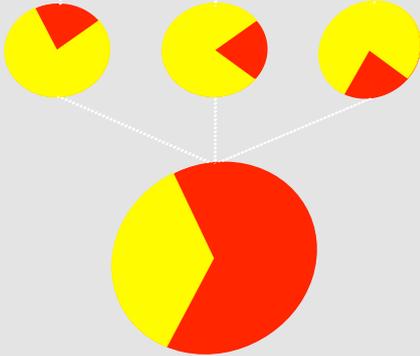
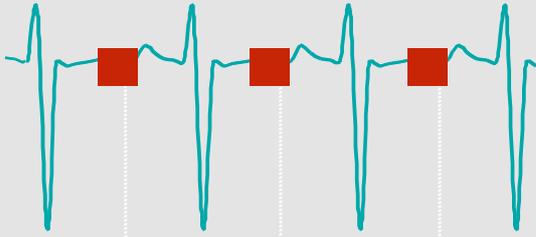
Schnelle CT und 3D-CT



CT vom schlagenden Herzen

2D-Imaging

2D plus time-Imaging



coverage of 180° after 3 heart beats

coverage of 180° after 6 heart beats

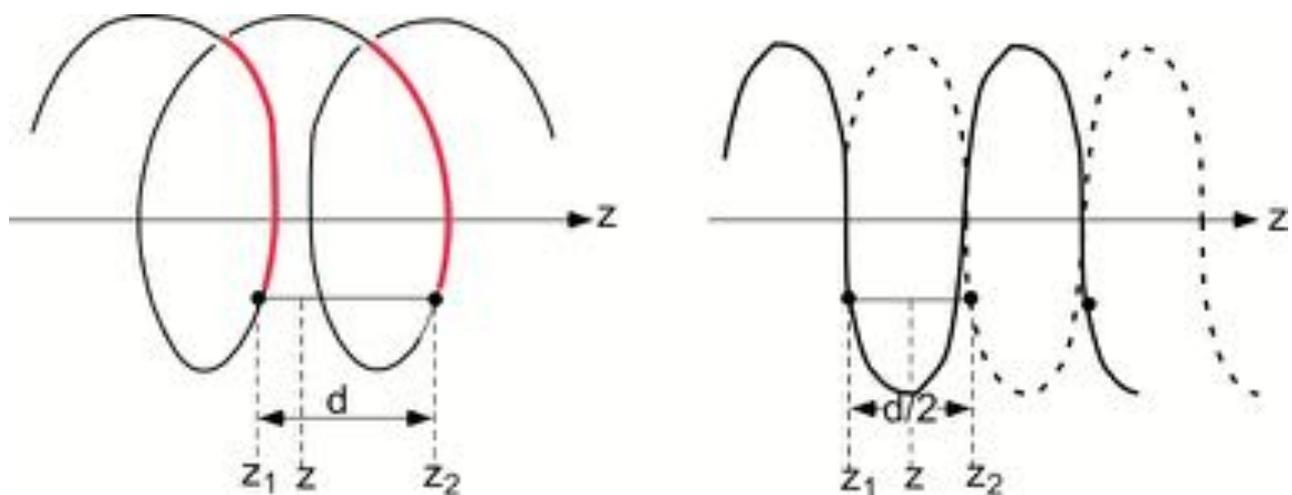
source: Thomas Flohr, Siemens Medical Solutions, Forchheim, Germany

CT vom schlagenden Herzen



Abteilung für kardiale Computertomografie (Herz-CT)
Medizinische Klinik 2
Universitätsklinikum Erlangen
Ulmenweg 18
D-91054 Erlangen

- Für ein 3D-Bild könnten wir eine Schicht nach der anderen aufnehmen.
 - Der Patient müsste immer wieder beschleunigt und abgebremst werden.
 - Das wäre unangenehm und würde zu verwackelten Schichten führen.
- Viel schöner wäre eine kontinuierliche Patientenbewegung,
 - aber das würde zu inkonsistenten Datensätzen führen oder???



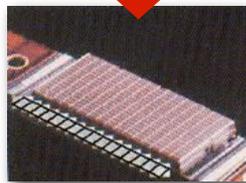
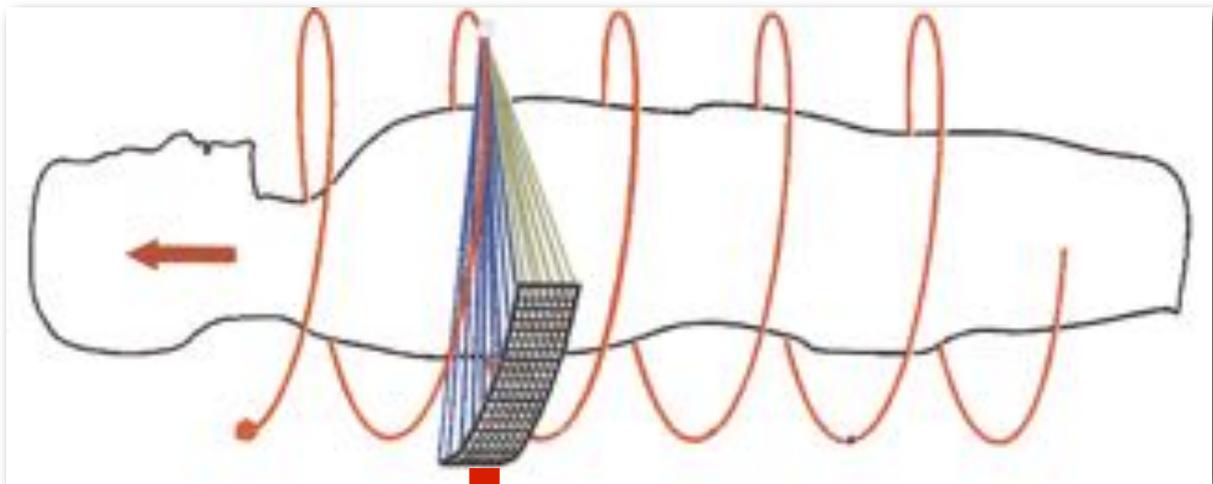
Erzeugung interpolierter planarer Schichten

Ein Pitch von 1 bedeutet: der Patiententisch wird bei einer 360° Rotation um eine Schichtdicke vorgeschoben.

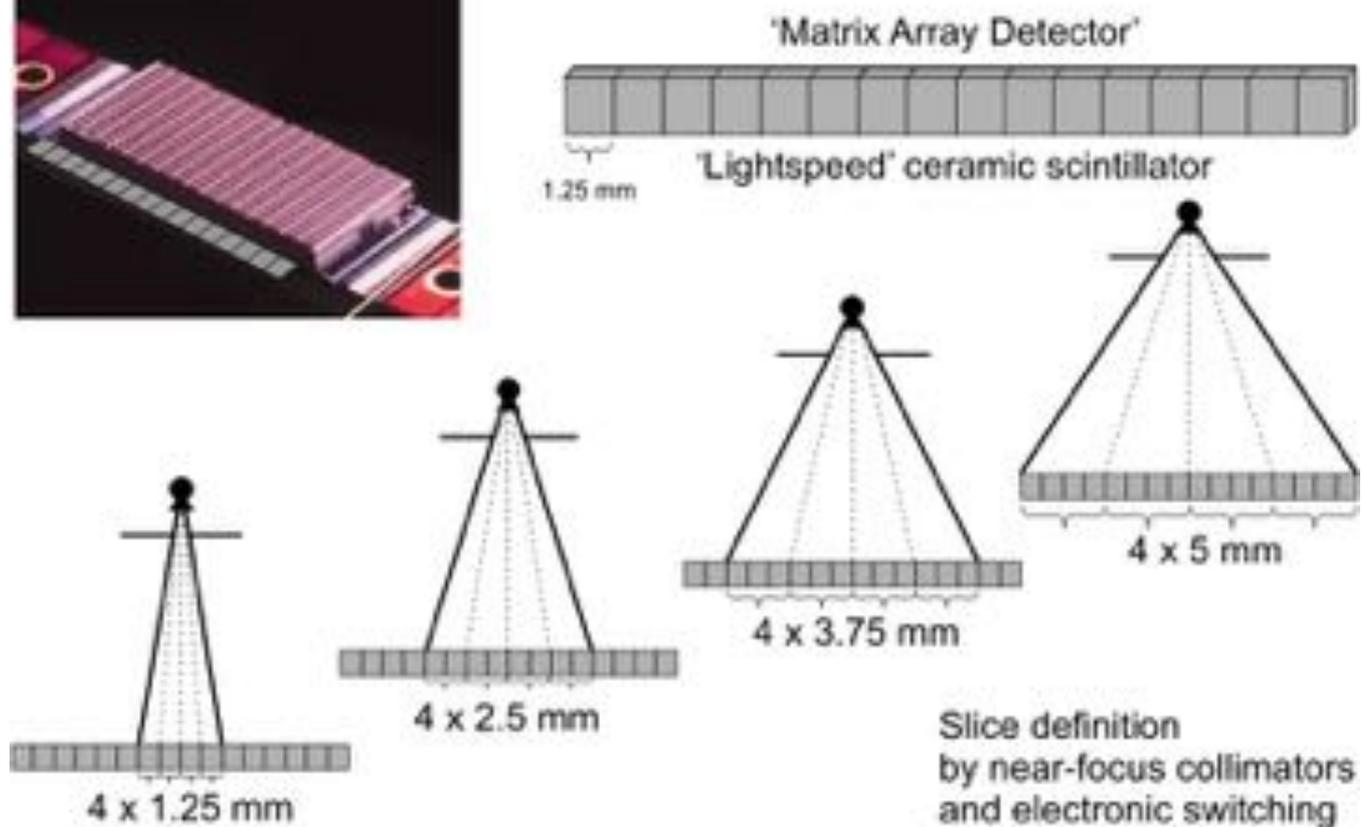
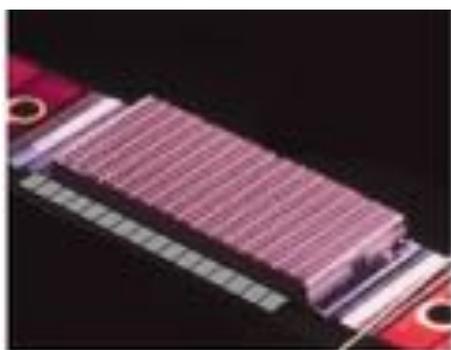
$$pitch = \frac{\text{patient forward movement during } 360^\circ}{\text{slice thickness}}$$

Pitch=1 bedeutet 50% Überlapp der Schichten

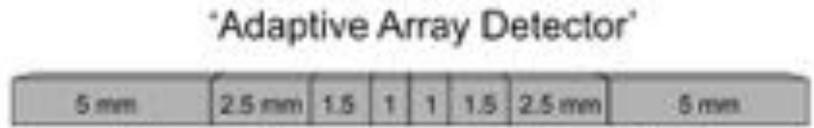




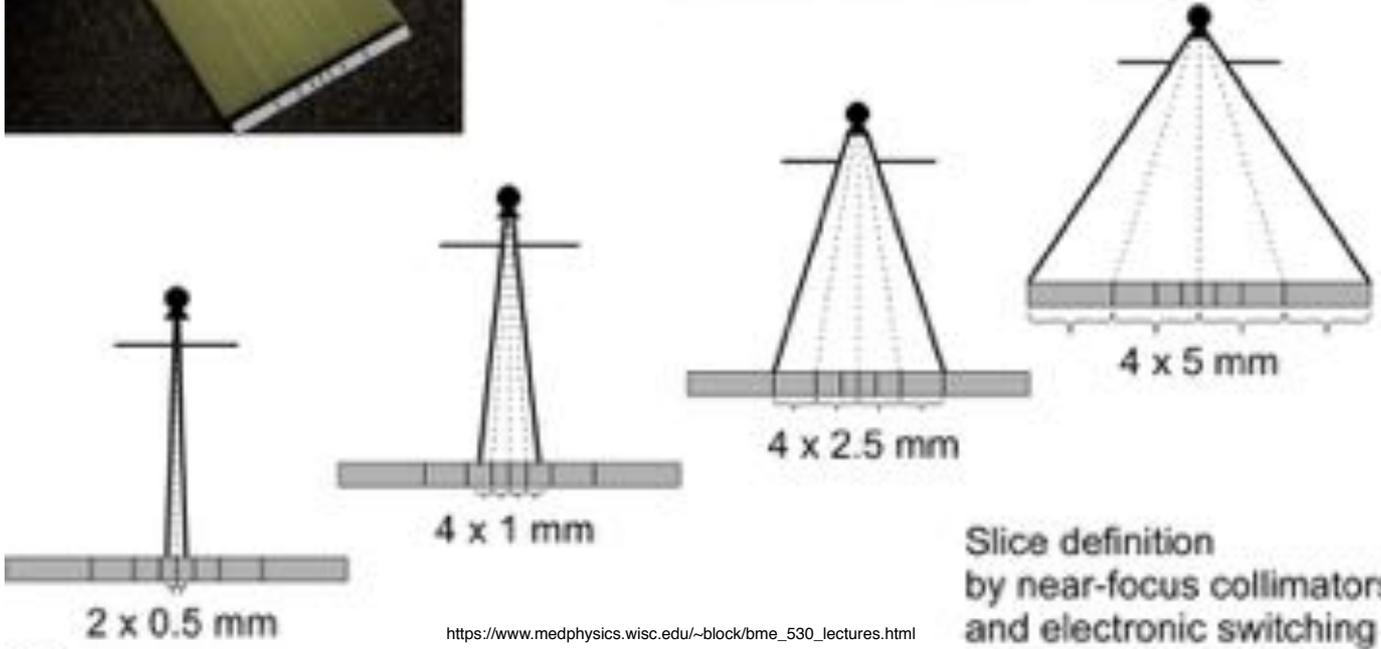
Multi-row CT detector (I) GE Light Speed



Multi-row CT detector (II) Siemens Sensation

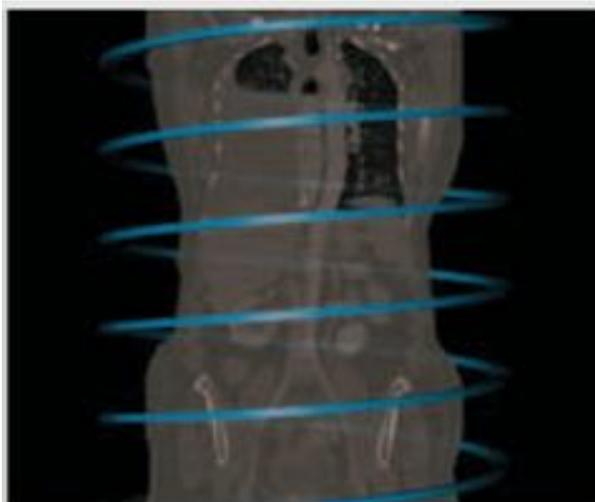


'Ultrafast' ceramic scintillator (UFC)

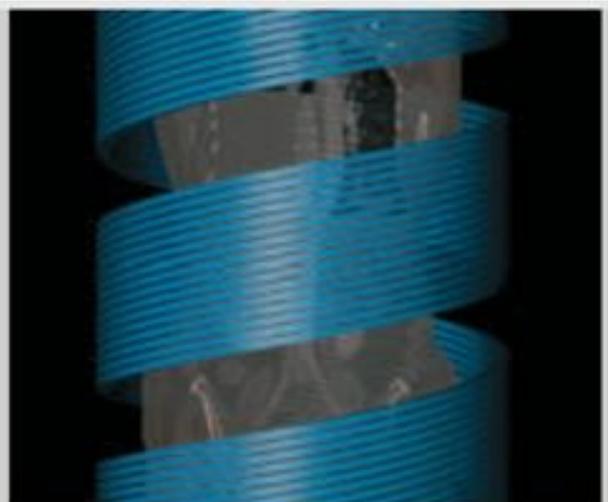


https://www.medphysics.wisc.edu/~block/bme_530_lectures.html

Mehrzeilen-Spiral-CT



1-Zeiler

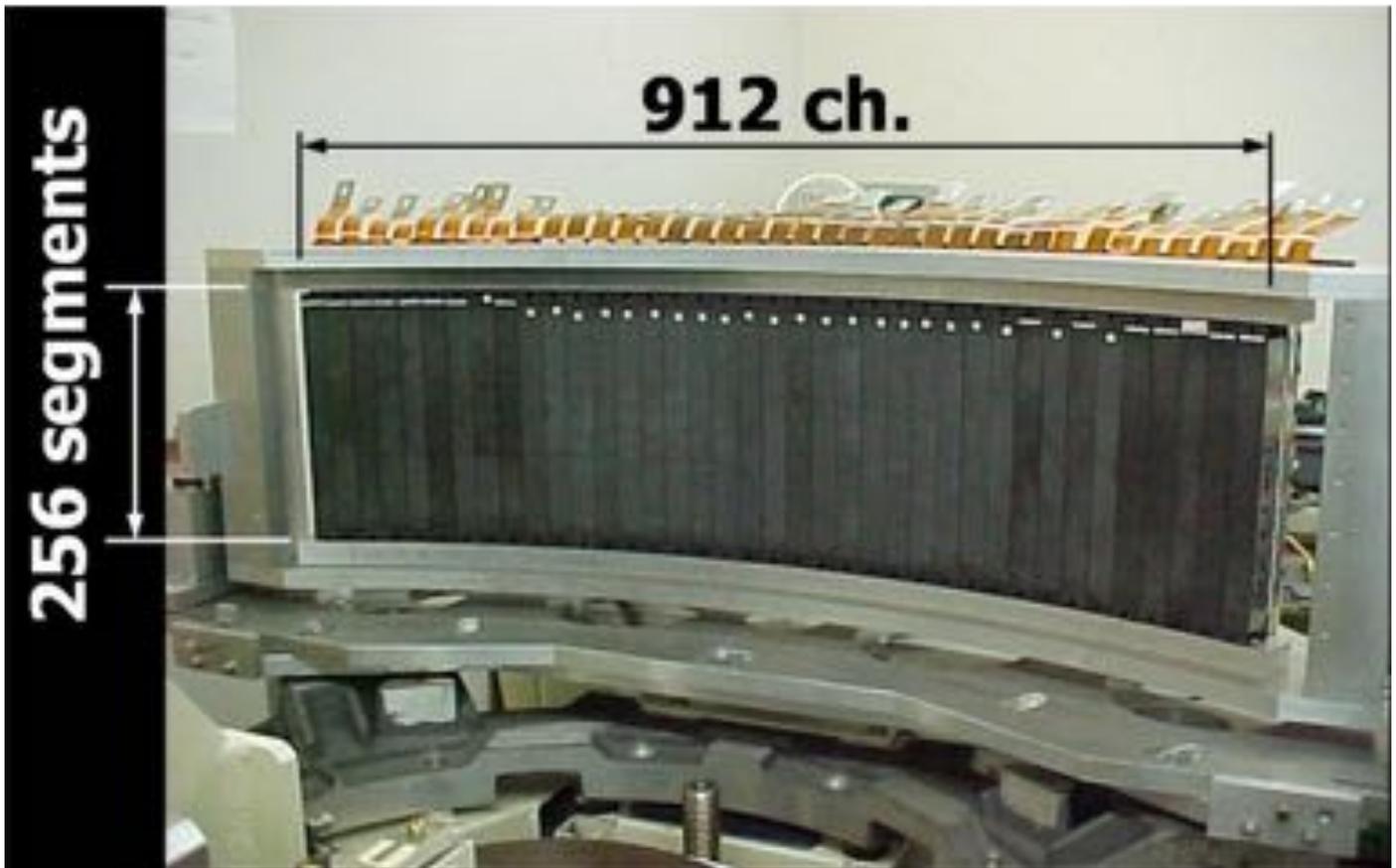


16-Zeiler

Siemens Healthcare



Future 256-slice cone-beam CT detector

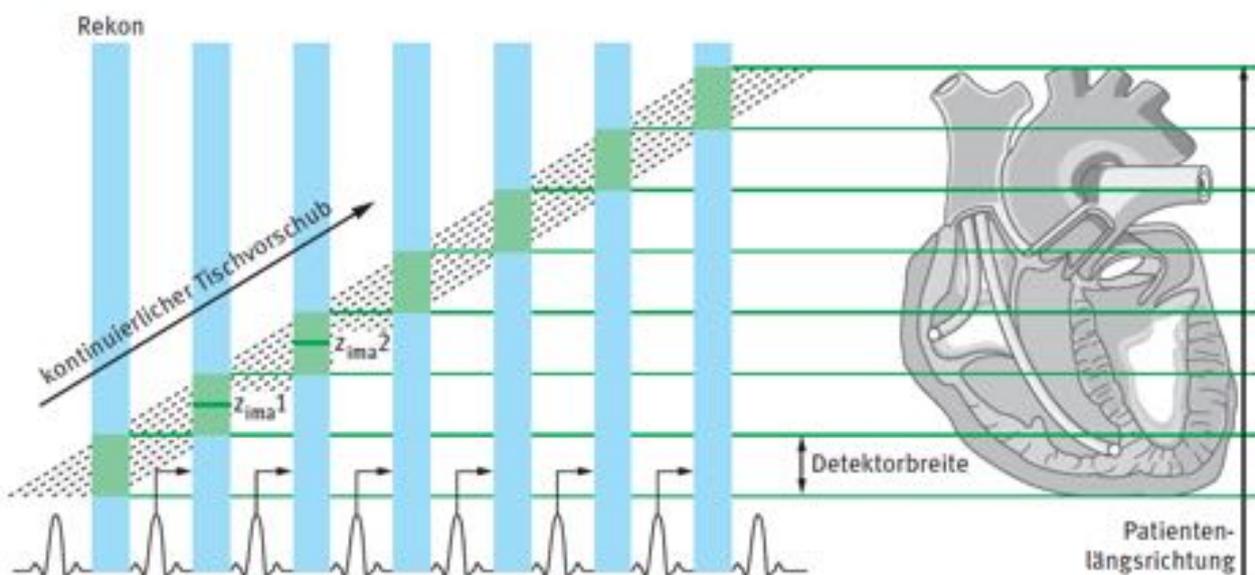


https://www.medphysics.wisc.edu/~block/bme_530_lectures.html

CT vom schlagenden Herzen

3D-Imaging

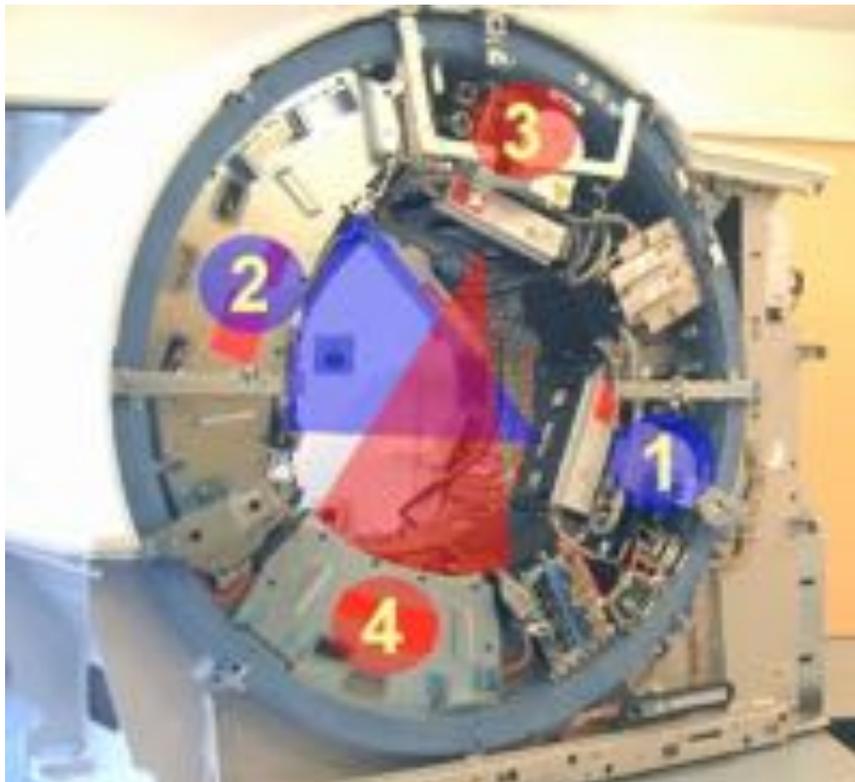
4D-Imaging (3D plus time)



source: Thomas Flohr, Siemens Medical Solutions, Forchheim, Germany

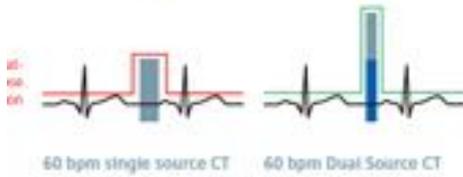
Ein paar neue Entwicklungen...

Dual Source CT-System

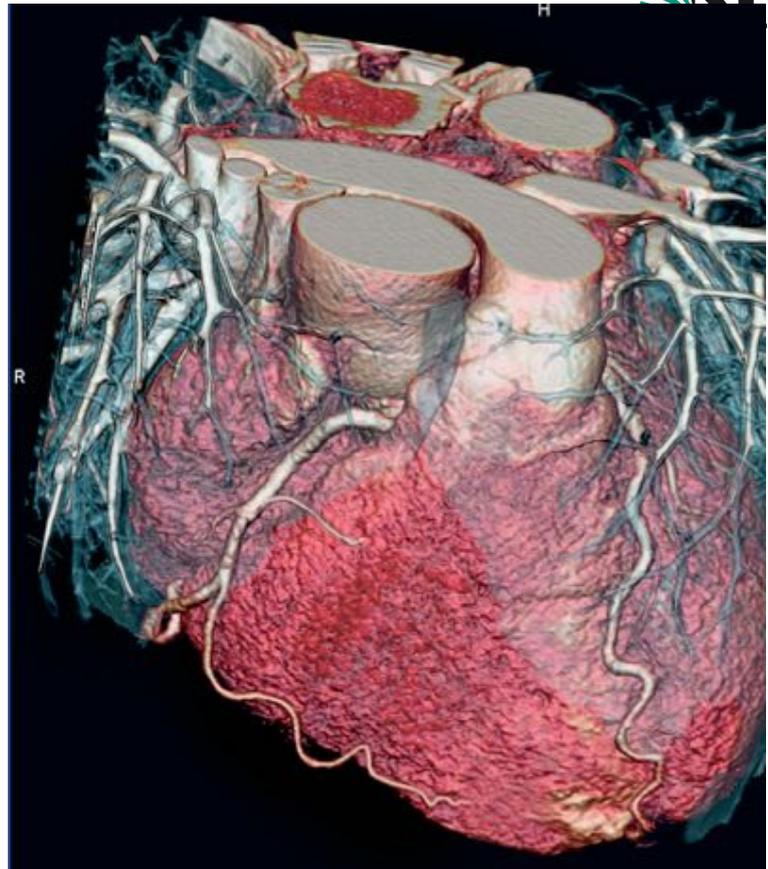


Siemens Healthcare

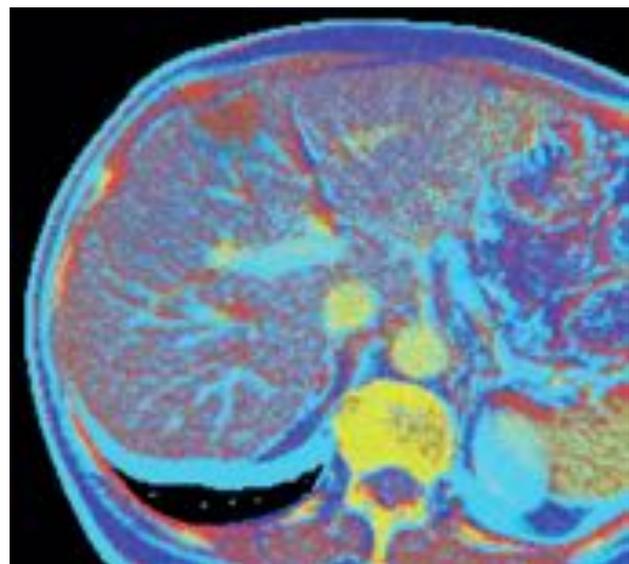
Dual Source CT-System



Siemens Healthcare



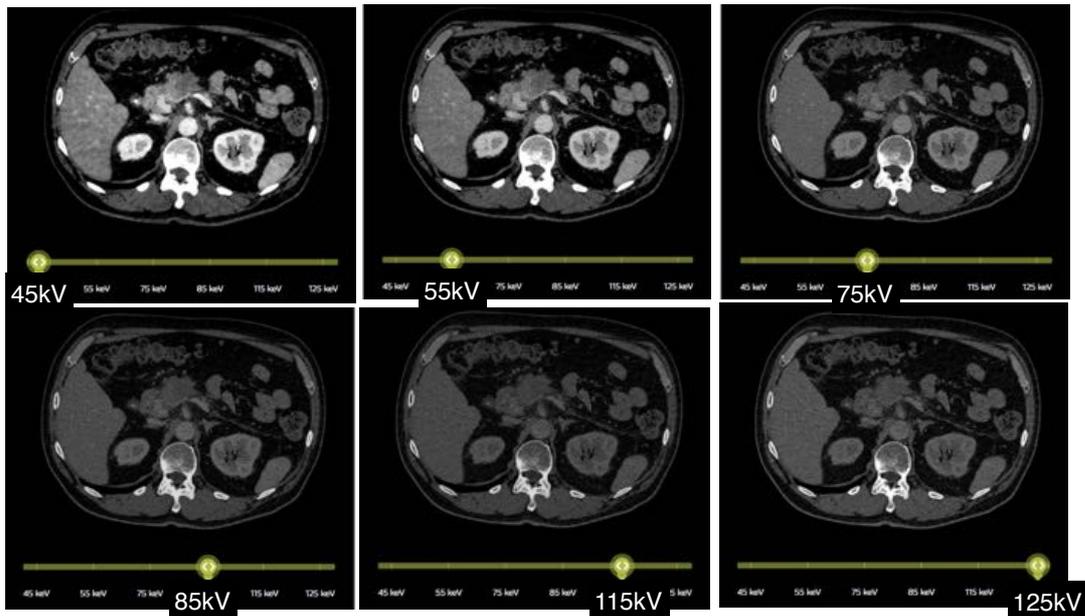
Dual Source CT-System



Siemens Healthcare

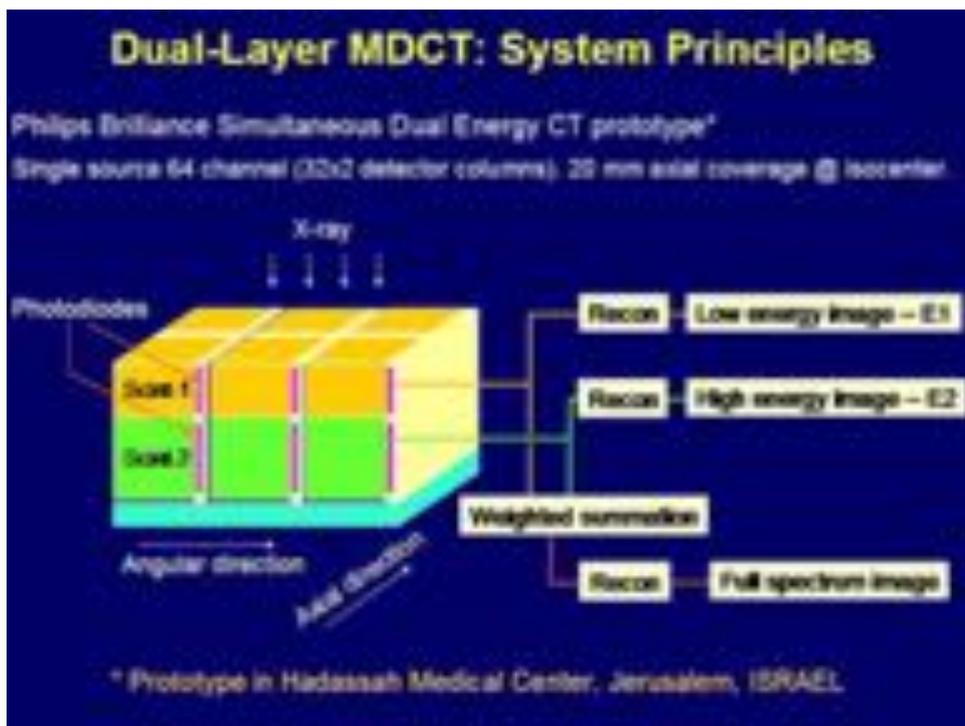
Spectral CT

■ verschiedenen Röntgenenergien liefern verschiedenen Kontrast.

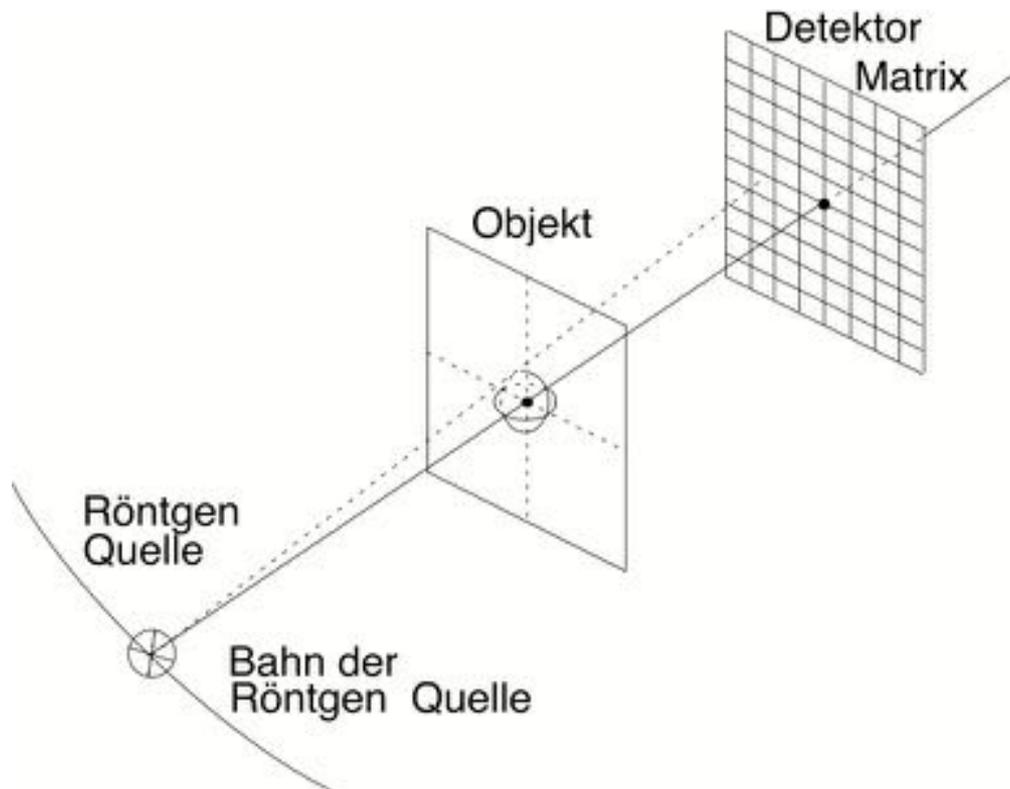


... aufgenommen mit einer einzigen Röntgenröhre. Wie ist das möglich?

Spectral CT

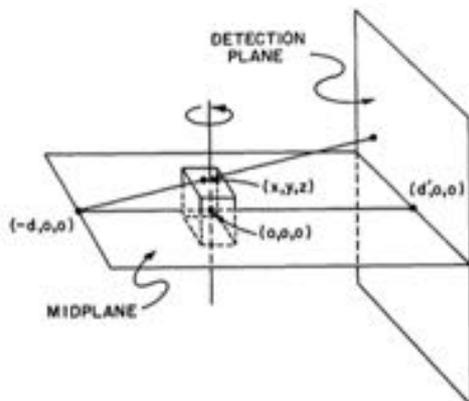


Philips IQon Spectral CT



Feldkamp-Davis-Kress Algorithm (FDK)

Practical Cone-Beam Algorithm
 J. Opt. Soc. Am A, vol 1, no. 6, June 1984



back projection filtered projections

$$f(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi^2} \int d\Phi \frac{d^2}{(d + \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{x}}')^2} \hat{P}_\Phi[Y(\mathbf{r}), Z(\mathbf{r})], \quad (28)$$

where

$$Y(\mathbf{r}) = \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{y}}' d / (d + \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{x}}'), \quad \text{fan beam} \quad (29)$$

$$Z(\mathbf{r}) = \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{z}}' d / (d + \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{x}}'), \quad \text{transform} \quad (30)$$

$$\hat{P}_\Phi(Y, Z) = \int_{-\infty}^{\infty} dY' \int_{-\infty}^{\infty} dZ' g_y(Y - Y') g_z(Z - Z') \times P_\Phi(Y', Z') d / (d^2 + Y'^2 + Z'^2)^{1/2}, \quad (31)$$

$$g_y(Y) = \text{Re} \int_0^{\omega_0} \omega d\omega \exp(i\omega Y), \quad (32)$$

and

$$g_z(Z) = \sin \omega_{z0} Z / \pi Z. \quad (33)$$

classical filter in y

new FDK filter in z

C-Arm for 3D-Imaging of the Heart in the Catheter Laboratory



Rotations-Angiographie



Philips

Rotational Angiography of the Beating Heart

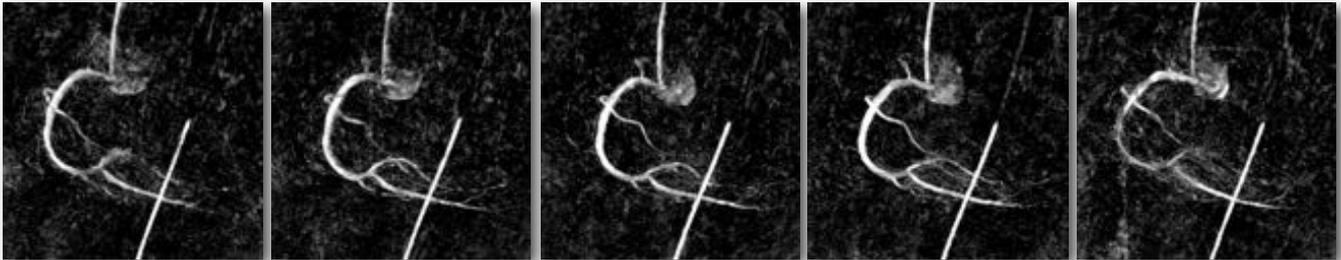
RR 0%

RR 20%

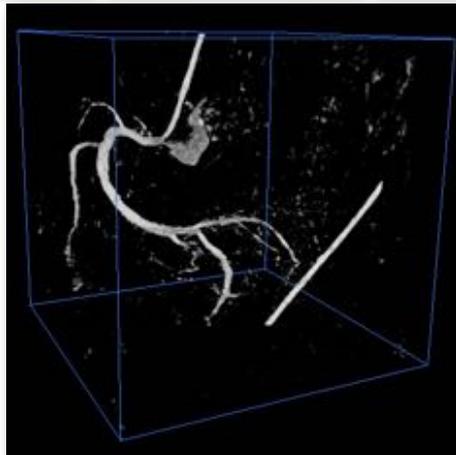
RR 40%

RR 60%

RR 80%



START
reconstruction from
8 projections per
phase



Eberhard Hansis, Dirk Schäfer,
Michael Grass, Philips Research
Olaf Dössel, IBT Karlsruhe, KIT
IEEE TMI

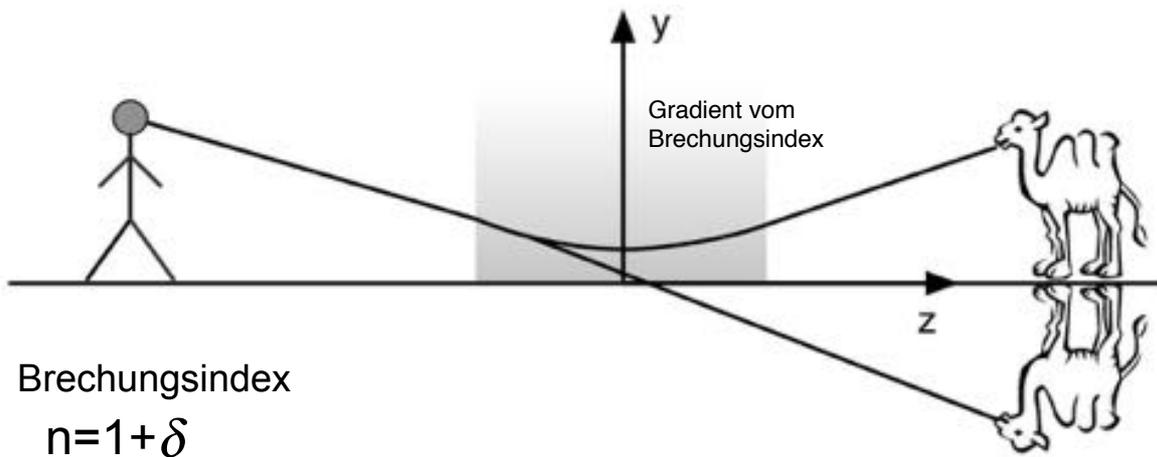
Reduktion der Dosis

- Finde einen „initial guess“ der richtigen Dosis aus dem Scanogramm.
- Moduliere die Röntgenleistung während des Umlaufs
 - für die CT vom Herzen: erhöhe die Leistung nur während der enddiastolischen Phase.

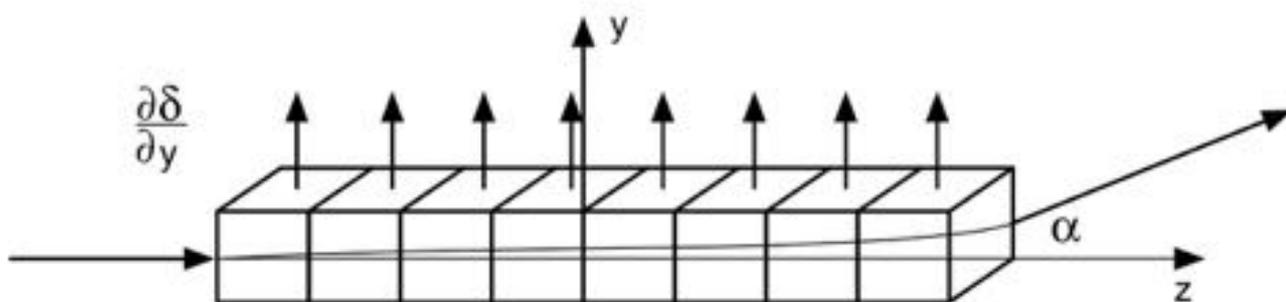
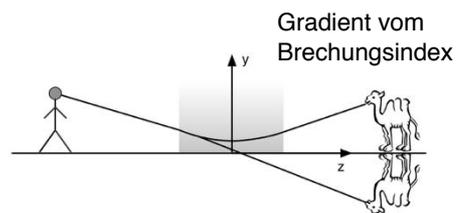
Trauma	Unfalldiagnostik im gesamten Körper
Kopf-Hals	Akutes nicht-traumatisches neurologisches Defizit (Blutung, Infarkt)
Spinalkanal	Spinales Trauma
HNO	Mittelohr, Innenohr, Schädelbasis, Trauma der Schädelbasis, Kranio-faziales Skelett und Nasennebenhöhlen, Hypopharynx, Larynx, Tumor
Augenheilkunde	Intra-Okulärer Fremdkörper, Ductus nasolacrimus
Thoraxorgane	Thoraxwand: Tumor, Pleura: Entzündungen, Tumor, Lunge: Lungenstruktur, Pulmonale Läsionen, Nekrose, Verkalkungen, Tumorausdehnung und Infiltration, Interstitielle Pneumonie, Bronchiektasen, Hiläre Raumforderung, Lungenmetastasen, Zentrales Tracheobronchiales System, Gefäßmalformation, Sequestration, Mediastinum: Raumforderung (angeboren/entzündlich/Neoplastisch) Lokalisation, Ausdehnung, Ätiologie, Tumor-Staging
Herz-Kreislauf-System	Aorta Thoracalis: Dissektion, Aneurysma
Bewegungsapparat	Knochen: Biopsie, Hüftgelenk: Dissektat, Frakturen, Orthopädische Operationsplanung
Gastroenterologie	Pankreas: Endokrin, akute Pankreatitis, Verdauungstrakt: Tumor-Staging

Phasen Kontrast CT

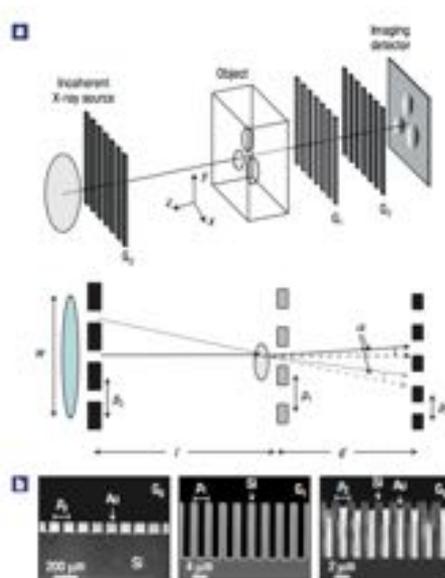
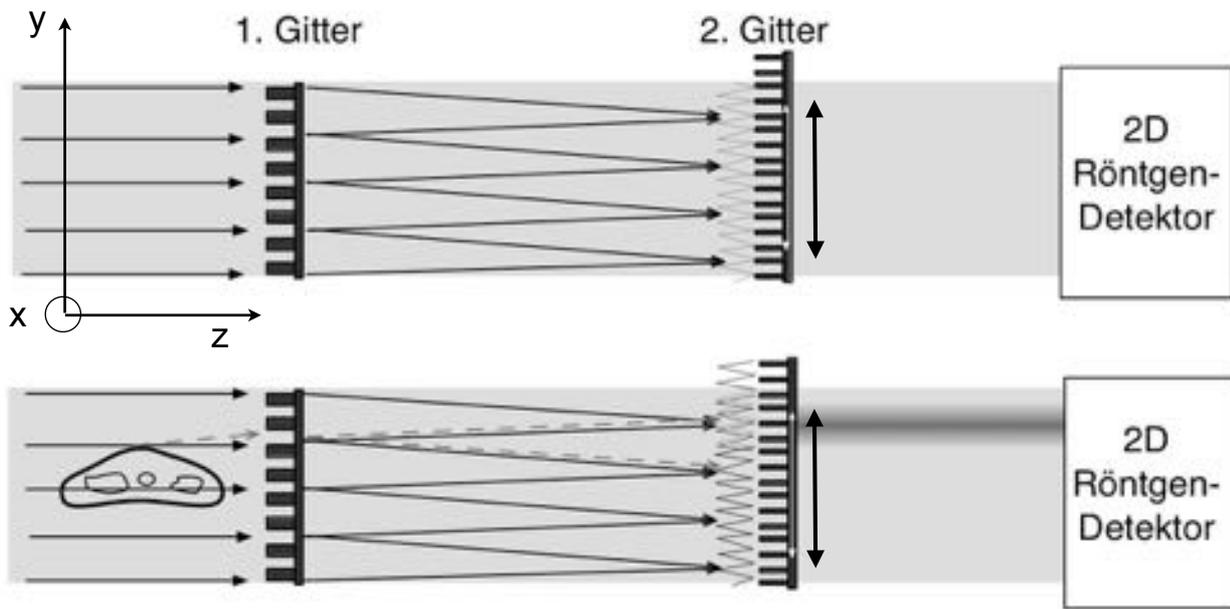
Phasenkontrast CT



Phasenkontrast CT



$$\alpha(x) = \int \frac{\partial \delta(x, y')}{\partial y'} dz'$$



$$\alpha^\ominus(x') = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \Phi^\ominus(x')}{\partial x'} = \int_0^d \frac{\partial \delta(x', y')}{\partial x'} dy'$$

Ablenkwinkel

$$\Phi^\ominus(x') = 2\pi/\lambda \int_0^d \delta(x', y') dy' \quad n = 1 - \delta$$

Integrale Phasenverschiebung

$$\mu(x, y) = - \int_0^\pi \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} [\ln T^\ominus(\omega)] \cdot \mathcal{F} [k(\omega)] \right\} d\Theta,$$

$$\delta(x, y) = \int_0^\pi \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} [\alpha^\ominus(\omega)] \cdot \mathcal{F} [h(\omega)] \right\} d\Theta,$$

$$\mathcal{F} [h(\omega)] = i \cdot \text{sgn}(\omega) / (2\pi) :$$

Quantitative phase-contrast tomography of a liquid phantom using a conventional x-ray tube source

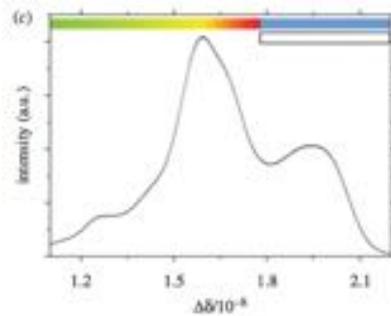
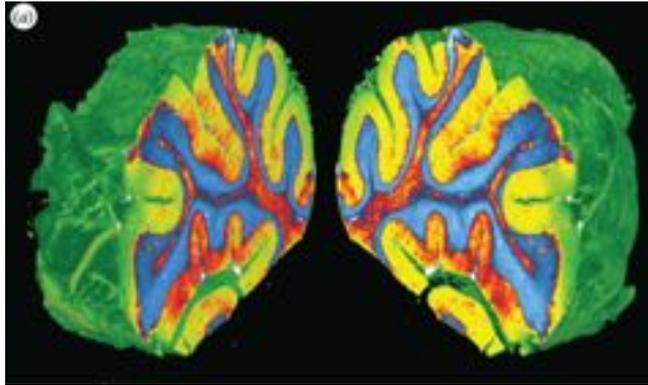
Julia Herzen¹, Tilman Donath², Franz Pfeiffer^{2,3,*}, Oliver Bunk², Celestino Padeste², Felix Beckmann¹, Andreas Schreyer¹, and Christian David²

¹IGSS Research Centre, 21502 Geesthacht, Germany

²Paul Scherrer Institut, 5232 Villigen PSI, Switzerland ³Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1015 Lausanne, Switzerland *Present address: Department of Physics, Technical University Munich, 85747 Garching, Germany

Phase retrieval and differential phase-contrast imaging with low-brilliance X-ray sources

FRANZ PFEIFFER^{1*}, TIMM WEITKAMP², OLIVER BUNK¹ AND CHRISTIAN DAVID¹ ¹ Paul Scherrer Institut, 5232 Villigen PSI, Switzerland ² Forschungszentrum Karlsruhe, 76021 Karlsruhe, Germany *e-mail: franz.pfeiffer@psi.ch



High-resolution tomographic imaging of a human cerebellum: comparison of absorption and grating-based phase contrast

Georg Schulz, Timm Weitkamp, Irene Zanette, Franz Pfeiffer, Felix Beckmann, Christian David, Simon Rutishauser, Elena Reznikova and Bert Müller
J. R. Soc. Interface 2010 7, 1665-1676 first published online 21 July 2010 doi: 10.1098/rsif.2010.0281